MATEMATIKA

SMP/MTs Kelas IX

Oleh: ANIK SURYANI

SMPN 1 MEJAYAN

Disklaimer

Daftar isi

Disklaimer

- *PowerPoint* pembelajaran ini dibuat sebagai alternatif guna membantu Kegiatan belajar mengajar karena adanya covid 19
- Materi *PowerPoint* ini mengacu pada Kompetensi Inti (KI) dan Kompetensi Dasar (KD) Kurikulum 2013.
- Dengan berbagai alasan, materi dalam *PowerPoint* ini disajikan secara ringkas, hanya memuat poin-poin besar saja.
- Dalam penggunaannya nanti, peserta didik dapat mengembangkannya sesuai kebutuhan.
- Harapan kami sebagai pengajar , dengan *PowerPoint* ini sebagai penganti ibu menjelaskan didepan kelas.

DAFTAR ISI

BAB I

A. Bilangan Berpangkat Bilangan Bulat

B. Bilangan Berpangkat Pecahan dan Bentuk Akar

Kembali ke daftar isi

A. Bilangan Berpangkat Bilangan Bulat

1. Bentuk Umum Perpangkatan

Bentuk umum perpangkatan bilangan a sebagai berikut.

$$a^n = \underbrace{a \times a \times a \times \ldots \times a}_{n \text{ faktor}}$$

☞ a^n dibaca a pangkat n

a disebut bilangan pokok (basis)

n disebut pangkat (eksponen)

Contoh Soal

Nyatakan perpangkatan berikut ke dalam bentuk perkalian berulang.

a. 3^2

b. 4^3

c. $(-2)^5$

d. -6^4

Jawaban

Bentuk perkalian berulangnya sebagai berikut.

a. $3^2 = 3 \times 3$

b. $4^3 = 4 \times 4 \times 4$

c. $(-2)^5 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)$

d. $-6^4 = -6 \times 6 \times 6 \times 6$

2. Bilangan Berpangkat Bilangan Bulat

- Untuk semua bilangan a selain 0, berlaku $a^0 = 1$.
- Bilangan berpangkat bulat negatif dapat diubah menjadi bilangan berpangkat bulat positif berlaku $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

Kembali ke daftar isi

Kembali ke awal bab

Contoh Soal

Tentukan hasilnya.

a. 3^0

b. $(-2)^0$

Nyatakan ke dalam bentuk pangkat positif.

a. 3^{-2}

b. $(-2)^{-3}$

Jawaban

Hasilnya sebagai berikut.

a. $3^0 = 1$

b. $(-2)^0 = 1$

Nyatakan ke dalam bentuk pangkat positif.

a. $3^{-2} = \frac{1}{3^2}$

b. $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3}$

3. Operasi Hitung yang Melibatkan Bilangan Berpangkat

Urutan pengerjaan operasi hitung yang melibatkan bilangan berpangkat sebagai berikut.

a. Kerjakan operasi dalam kurung terlebih dahulu.
b. Lanjutkan dengan operasi perpangkatan.
c. Kerjakan operasi perkalian atau pembagian.
d. Kerjakan operasi penjumlahan atau pengurangan.

Contoh Soal

Tentukan hasil operasi berikut.

a. $5^2 - 5^1 + 5^0$

b. $3^{-1} + 3^{-2}$

c. $\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$

d. $(-3)^2 + (-3)^3 + (-3)^{-1}$

4. Perkalian pada Perpangkatan

Pada operasi perkalian perpangkatan dengan bilangan pokok yang sama berlaku sifat berikut.

a. $a^m \times a^n = a^{m + n}$

b. $(a^m)^n = (a^n)^m = a^{m \times n}$

c. $(a \times b)^m = a^m \times b^m$

Contoh Soal

Tentukan hasilnya.

a. $4^3 \times 4^2$

b. $(2^3)^2$

c. $(2 \times 3)^2$

Jawaban

Hasilnya sebagai berikut.

a. $4^3 \times 4^2 = 4^{3+2} = 4^5 = 1.024$

b. $(2^3)^2 = 2^{3 \times 2} = 2^6 = 64$

c. $(2 \times 3)^2 = 2^2 \times 3^2 = 4 \times 9 = 36$

5. Pembagian pada Perpangkatan

Pada operasi pembagian perpangkatan dengan bilangan pokok yang sama berlaku sifat berikut.

a. $a^m : a^n = a^{m-n}$

b. $(a : b)^m = a^m : b^m$

Contoh Soal

Tentukan hasilnya.

a. $4^3 : 4^2$

b. $(6 : 2)^2$

Jawaban

Hasilnya sebagai berikut.

a. $4^3 : 4^2 = 4^{3-2} = 4^1 = 4$

b. $(6 : 2)^2 = 6^2 : 2^2 = 36 : 4 = 9$

6. Bentuk Baku Bilangan

Bilangan yang sangat besar atau sangat kecil lebih mudah dituliskan ke dalam bentuk baku. Bentuk baku bilangan yaitu $a \times 10^n$ dengan $1 \leq a \leq 10$ dan n bilangan bulat.

Kembali ke daftar isi
Kembali ke awal bab

Contoh Soal

Nyatakan bilangan berikut ke dalam bentuk baku.

a. 47.500

b. 270.000

c. 0,0000351

7. Persamaan Pangkat Sederhana

Jika $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, berlaku $f(x) = g(x)$ dengan a bilangan real dan $f(x)$, $g(x)$ fungsi dalam variabel x

Contoh Soal

Tentukan nilai n pada persamaan berikut.

a. $2^n = 32$

b. $\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} = 4$

B. Bilangan Berpangkat Pecahan dan Bentuk Akar

1. Penarikan Akar Pangkat
2. Bilangan Berpangkat Bilangan Rasional
3. Sifat-Sifat Operasi Bilangan Berpangkat Bilangan Rasional
4. Bentuk Akar
5. Sifat-Sifat Bentuk Akar
6. Operasi Aljabar Bentuk Akar
7. Merasionalkan Penyebut Pecahan Bentuk Akar

1. Penarikan Akar Pangkat

a. Akar pangkat 2 suatu bilangan adalah bilangan yang jika dikalikan berulang sebanyak 2 kali akan menghasilkan bilangan di dalam tanda akar. $\sqrt{4} = 2$ karena $2 \times 2 = 4$.

b. Akar pangkat 3 suatu bilangan adalah bilangan yang jika dikalikan berulang sebanyak 3 kali akan menghasilkan bilangan di dalam tanda akar. $\sqrt[3]{8} = 2$ karena $2 \times 2 \times 2 = 8$.

2. Bilangan Berpangkat Bilangan Rasional

Untuk x dan n bilangan real dan n ≥ 0 berlaku sebagai berikut.

$x^{\frac{1}{n}}$ merupakan akar pangkat n dari x dan dapat dituliskan $x^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x}$

Untuk x, m, dan n bilangan real dan n ≥ 0 berlaku sebagai berikut.

$$x^{\frac{m}{n}} = (x^m)^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{x^m}$$

Contoh

$$2^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{2^3} = \sqrt[4]{8}$$

$$3^{\frac{5}{3}} = \sqrt[3]{3^5} = \sqrt[3]{243}$$

$$\sqrt[6]{128} = \sqrt[6]{2^7} = 2^{\frac{7}{6}}$$

$$\sqrt[5]{27} = \sqrt[5]{3^3} = 3^{\frac{3}{5}}$$

Kembali ke daftar isi

Kembali ke awal bab

3. Sifat-Sifat Operasi Bilangan Berpangkat Bilangan Rasional

Untuk a dan b bilangan real, $b \neq 0$, dan m, n bilangan rasional berlaku sifat-sifat berikut.

a. $a^m \times a^n = a^{m+n}$

b. $a^m : a^n = a^{m-n}$

c. $(a^m)^n = a^{m \times n}$

d. $a^m \times b^m = (ab)^m$

e. $a^m : b^m = \dfrac{a^m}{b^m} = \left(\dfrac{a}{b}\right)^m$

Contoh Soal

Tentukan hasil operasi bilangan berpangkat rasional berikut.

a. $5^{\frac{3}{4}} \times 25^{\frac{1}{4}} \times 125^{-\frac{2}{3}}$

b. $\dfrac{2^{\frac{11}{2}} \times (3 \times 2)^{\frac{3}{2}}}{12^{\frac{5}{2}}}$

4. Bentuk Akar

Untuk semua $a \geq 0$ dan $\sqrt{a}$ tidak dapat dinyatakan dalam bentuk bilangan rasional ($\frac{a}{b}$ dengan $b \neq 0$), $\sqrt{a}$ merupakan bentuk akar.

5. Sifat-Sifat Bentuk Akar

Untuk a ≥ 0 dan b ≥ 0, berlaku sifat perkalian bentuk akar berikut.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{a \times b}$$

Untuk a ≥ 0 dan b > 0, berlaku sifat pembagian bentuk akar berikut.

$$\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}}$$

Contoh Soal

Bentuk sederhana dari $\sqrt{180}$ adalah . . . .

a. $3\sqrt{3}$

b. $3\sqrt{5}$

c. $6\sqrt{3}$

d. $6\sqrt{5}$

6. Operasi Aljabar Bentuk Akar

Bentuk akar yang sejenis dapat dijumlahkan.

$$a\sqrt{c} + b\sqrt{c} = (a + b)\sqrt{c}$$

Bentuk akar yang sejenis dapat dikurangkan.

$$a\sqrt{c} - b\sqrt{c} = (a - b)\sqrt{c}$$

$$a\sqrt{c} \times b\sqrt{d} = ab\sqrt{cd}$$

$$\frac{a\sqrt{c}}{b\sqrt{d}} = \frac{a}{b} \times \frac{\sqrt{c}}{\sqrt{d}} = \frac{a}{b} \times \sqrt{\frac{c}{d}}$$

Contoh Soal

Tentukan hasil operasi hitung berikut.

a. $\sqrt{12} \times \sqrt{3} + \dfrac{\sqrt{128}}{\sqrt{2}}$

b. $\dfrac{\sqrt{20} \times \sqrt{4}}{\sqrt{5}}$

c. $3(2 - \sqrt{5}) + \sqrt{5}(1 - \sqrt{5})$

d. $2\sqrt{12} + 9\sqrt{3} - 3\sqrt{27}$

7. Merasionalkan Penyebut Pecahan Bentuk Akar

$$\frac{a}{\sqrt{b}} = \frac{a}{\sqrt{b}} \times \frac{\sqrt{b}}{\sqrt{b}} = \frac{a\sqrt{b}}{b}$$

$$\frac{a}{b+\sqrt{c}} = \frac{a}{b+\sqrt{c}} \times \frac{b-\sqrt{c}}{b-\sqrt{c}} = \frac{a(b-\sqrt{c})}{b^2-c}$$

$$\frac{a}{b-\sqrt{c}} = \frac{a}{b-\sqrt{c}} \times \frac{b+\sqrt{c}}{b+\sqrt{c}} = \frac{a(b+\sqrt{c})}{b^2-c}$$

$$\frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \frac{a}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} \times \frac{\sqrt{b}-\sqrt{c}}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b}-\sqrt{c})}{b-c}$$

$$\frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} = \frac{a}{\sqrt{b}-\sqrt{c}} \times \frac{\sqrt{b}+\sqrt{c}}{\sqrt{b}+\sqrt{c}} = \frac{a(\sqrt{b}+\sqrt{c})}{b-c}$$

Contoh Soal

Rasionalkan penyebut pecahan bentuk akar berikut.

a. $\dfrac{1}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$

b. $\dfrac{\sqrt{3}+2}{\sqrt{3}-2}$

BAB II

A. Pengertian Persamaan Kuadrat dan Akar Persamaan Kuadrat

B. Menentukan Akar Persamaan Kuadrat

Kembali ke daftar isi

A. Pengertian Persamaan Kuadrat dan Akar Persamaan Kuadrat

1. Bentuk Umum Persamaan Kuadrat

Bentuk umum persamaan kuadrat adalah $ax^2 + bx + c = 0$ dengan a, b, c bilangan real dan $a \neq 0$.
x disebut variabel.
a disebut koefisien dari x^2.
b disebut koefisien dari x.
c disebut konstanta.

Contoh

Perhatikan beberapa persamaan kuadrat berikut.

a. $x^2 + 2x - 1 = 0$

b. $2t^2 + t = 0$

c. $m^2 - 3 = 0$

d. $n^2 = 0$

2. Akar Persamaan Kuadrat

Akar atau penyelesaian persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ adalah nilai x yang menyebabkan ruas kiri persamaan bernilai nol. Dengan kata lain, penyelesaian persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ adalah nilai x yang memenuhi persamaan.

Contoh Soal

Diketahui persamaan kuadrat $x^2 + 11x + 18 = 0$. Nilai yang memenuhi persamaan kuadrat tersebut adalah . . . .

a. $x_1 = -9$ dan $x_2 = -2$

b. $x_1 = -9$ dan $x_2 = 2$

c. $x_1 = -2$ dan $x_2 = 9$

d. $x_1 = 2$ dan $x_2 = 9$

3. Banyak Akar Persamaan Kuadrat

Persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dengan $a \neq 0$ bisa mempunyai dua akar, satu akar, atau bahkan tidak mempunyai akar. Banyak akar yang dimiliki suatu persamaan kuadrat dapat dilihat dari nilai diskriminannya yaitu $D = b^2 - 4ac$.

a. Persamaan kuadrat mempunyai dua akar real berbeda (berlainan) jika nilai $D > 0$.
b. Persamaan kuadrat mempunyai satu akar real jika nilai $D = 0$. Satu akar real juga sering disebut dua akar real kembar.
c. Persamaan kuadrat tidak mempunyai akar real jika nilai $D < 0$.

Contoh Soal

Tentukan nilai diskriminan dari persamaan kuadrat berikut.

a. $x^2 + 8x - 10 = 0$

b. $2x^2 - 3x + 8 = 0$

Diketahui persamaan kuadrat $(m - 1)x^2 + 2mx + (m + 2) = 0$ mempunyai dua akar real kembar. Tentukan nilai m yang memenuhi.

B. Menentukan Akar Persamaan Kuadrat

1. Menyelesaikan Persamaan Kuadrat dengan Pemfaktoran
2. Menyelesaikan Persamaan Kuadrat dengan Kuadrat Sempurna
3. Menyelesaikan Persamaan Kuadrat dengan Rumus abc
4. Menyusun Persamaan Kuadrat

1. Menyelesaikan Persamaan Kuadrat dengan Pemfaktoran

Pemfaktoran persamaan kuadrat $x^2 + bx + c = 0$.

Persamaan kuadrat $x^2 + bx + c = 0$ dapat ditulis menjadi $(x + p)(x + q) = 0$. Nilai p dan q dipilih dengan syarat:

(i) $p + q = b$

(ii) $p \times q = c$

Setelah persamaan $x^2 + bx + c = 0$ diubah menjadi $(x + p)(x + q) = 0$, akar persamaan ditentukan sebagai berikut.

$(x + p)(x + q) = 0$

$\Leftrightarrow \quad x + p = 0$ atau $x + q = 0$

$\Leftrightarrow \quad x = -p$ atau $x = -q$

Nilai $x = -p$ atau $x = -q$ disebut sebagai akar persamaan $x^2 + bx + c = 0$.

Contoh Soal

Tentukan akar dari $2x^2 + 9x + 4 = 0$.

Jawaban:

Dari persamaan $2x^2 + 9x + 4 = 0$ diperoleh $a = 2$, $b = 9$, dan $c = 4$.

Nilai p dan q dipilih dengan syarat $p + q = b = 9$ dan $p \times q = a \times c = 8$.

Nilai p dan q akan dicari berdasarkan nilai $a \times c$ terlebih dahulu. Nilai $a \times c = 8$ sehingga faktor dari 8 adalah 1, 2, 4, dan 8.

Dipilih $p = 1$ dan $q = 8$ karena $p \times q = 1 \times 8 = 8$ dan $p + q = 1 + 8 = 9$ (memenuhi syarat).

Dengan demikian, diperoleh $p = 1$ dan $q = 8$.

2. Menyelesaikan Persamaan Kuadrat dengan Kuadrat Sempurna

Bentuk kuadrat sempurna yaitu $(x + p)^2$ dan $(x - p)^2$.
Persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$ dapat diubah menjadi kuadrat sempurna.

Contoh Soal

Tentukan akar $x^2 + 2x - 15 = 0$.

Jawaban:

$$
\begin{aligned}
& x^2 + 2x - 15 = 0 \\
\Leftrightarrow\quad & x^2 + 2x - 15 + 15 = 0 + 15 \quad \text{(kedua ruas ditambah 15)} \\
\Leftrightarrow\quad & x^2 + 2x = 15 \\
\Leftrightarrow\quad & x^2 + 2x + 1 = 15 + 1 \quad \text{(kedua ruas ditambah 1)} \\
\Leftrightarrow\quad & x^2 + 2x + 1 = 16 \\
\Leftrightarrow\quad & (x + 1)^2 = 16 \\
\Leftrightarrow\quad & x + 1 = \pm 4
\end{aligned}
$$

Untuk $x + 1 = 4$ diperoleh $x = 3$.

Untuk $x + 1 = -4$ diperoleh $x = -5$.

Jadi, akar-akar persamaan kuadrat $x^2 + 2x - 15 = 0$ adalah $x_1 = -5$ atau $x_2 = 3$.

3. Menyelesaikan Persamaan Kuadrat dengan Rumus abc

Dengan prinsip melengkapkan kuadrat sempurna diperoleh rumus akar-akar dari persamaan kuadrat $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$ yaitu:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

Rumus ini dikenal dengan rumus abc atau rumus kuadratik.

Contoh Soal

Tentukan penyelesaian dari $4x^2 - 5x + 1 = 0$.

Jawaban:

Dari persamaan kuadrat $4x^2 - 5x + 1 = 0$ diperoleh $a = 4$, $b = -5$, dan $c = 1$.

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$$

$$= \frac{-(-5) \pm \sqrt{(-5)^2 - 4 \times 4 \times 1}}{2 \times 4}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{25 - 16}}{8}$$

$$= \frac{5 \pm \sqrt{9}}{8} = \frac{5 \pm 3}{8}$$

Dengan demikian, diperoleh $x_1 = \frac{5+3}{8} = 1$ atau $x_2 = \frac{5-3}{8} = \frac{1}{4}$.

Jadi, penyelesaian $2x^2 - 5x + 1 = 0$ adalah $x_1 = \frac{1}{4}$ atau $x_2 = 1$.

4. Menyusun Persamaan Kuadrat

Misalkan diketahui persamaan kuadrat yang mempunyai akar p dan q. Bentuk persamaan kuadrat tersebut dapat ditentukan dengan cara berikut.

$(x - p)(x - q) = 0$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - px - qx + p \times q = 0$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - (p + q)x + p \times q = 0$

Jadi, jika diketahui p dan q adalah akar-akar sebuah persamaan kuadrat, persamaan kuadrat tersebut adalah $x^2 - (p + q)x + p \times q = 0$.

Contoh Soal

Diketahui persamaan kuadrat mempunyai akar $p = 2$ dan $q = -3$. Tentukan bentuk persamaan kuadrat tersebut.

Jawaban:

Diketahui $p = 2$ dan $q = -3$.

$p + q = 2 + (-3) = -1$

$p \times q = 2 \times (-3) = -6$

Bentuk persamaan kuadrat yang dicari:

$x^2 - (p + q)x + p \times q = 0$

$\Leftrightarrow \quad x^2 - (-1)x + (-6) = 0$

$\Leftrightarrow \quad x^2 + x - 6 = 0$

Jadi, bentuk persamaan kuadrat yang dimaksud adalah $x^2 + x - 6 = 0$.

BAB III

Kembali ke daftar isi

A. Fungsi Kuadrat

1. Bentuk Persamaan Fungsi Kuadrat

Fungsi kuadrat merupakan suatu fungsi yang memiliki satu variabel dan pangkat tertinggi variabel tersebut dua.

Bentuk persamaan fungsi kuadrat dalam x adalah $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan a, b, dan c bilangan real dan $a \neq 0$.

x disebut variabel, a disebut koefisien x^2, b disebut koefisien x, dan c disebut konstanta.

Contoh

Perhatikan persamaan fungsi kuadrat berikut.

a. $f(x) = x^2 + 2x - 3$, memiliki nilai $a = 1$, $b = 2$, dan $c = -3$.

b. $f(x) = -3x^2 - 4x$, memiliki nilai $a = -3$, $b = -4$, dan $c = 0$.

c. $f(x) = 4x^2 - 8$, memiliki nilai $a = 4$, $b = 0$, dan $c = -8$.

d. $f(x) = 2x^2$, memiliki nilai $a = 2$, $b = 0$, dan $c = 0$.

2. Grafik Fungsi Kuadrat

Sketsa grafik fungsi kuadrat dapat digambarkan secara sederhana yaitu dengan menentukan beberapa titik yang terletak pada grafik fungsi f(x). Kemudian, menggambarkan titik tersebut pada bidang koordinat kartesius secara tepat dan menghubungkannya dengan hati-hati sehingga terbentuk kurva mulus.

Beberapa informasi pada grafik fungsi kuadrat:

a. Titik potong grafik dengan sumbu X
b. Titik potong grafik dengan sumbu Y
c. Sumbu simetri fungsi
d. Titik puncak/titik ekstrem/titik balik fungsi

Contoh Soal

Koordinat titik potong grafik fungsi $y = 2x^2 + x - 6$ dengan sumbu X adalah . . . .

a. $(3\frac{1}{2}, 0)$ dan $(-2, 0)$

b. $(1\frac{1}{2}, 0)$ dan $(-2, 0)$

c. $(-1\frac{1}{2}, 0)$ dan $(2, 0)$

d. $(-3\frac{1}{2}, 0)$ dan $(2, 0)$

3. Menentukan Titik Balik Grafik Fungsi Kuadrat

Secara umum, fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ mempunyai koordinat titik balik yaitu (x, y) dengan:

$x = -b/2a$

$y = -D/4a$

untuk $D = b^2 - 4ac$

Contoh Soal

Koordinat titik puncak grafik fungsi $y = 4x^2 + 12x + 6$ adalah . . . .

a. $(1\frac{1}{2}, 3)$

b. $(1\frac{1}{2}, -3)$

c. $(-1\frac{1}{2}, 3)$

d. $(-1\frac{1}{2}, -3)$

4. Menggambar Sketsa Grafik Fungsi Kuadrat

Cara menggambar sketsa grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ sebagai berikut.

a. Menentukan titik potong grafik dengan sumbu koordinat.
   1) Grafik memotong sumbu X jika $y = 0$.
   2) Grafik memotong sumbu Y jika $x = 0$.

b. Menentukan koordinat titik balik.

c. Menentukan beberapa titik bantu yang dilalui grafik.

d. Menghubungkan titik-titik yang diperoleh dari langkah a sampai c dengan hati-hati sehingga terbentuk kurva mulus.

Contoh Soal

Diketahui fungsi kuadrat $f(x) = -x^2 - 4x + 12$.

Tentukan:

a. titik potong grafik $y = f(x)$ dengan sumbu koordinat;

b. titik balik dan jenisnya; dan

c. sketsa grafik $y = f(x)$ pada bidang koordinat.

B. Sifat-Sifat Grafik Fungsi Kuadrat

1. Berdasarkan Nilai Koefisien x^2

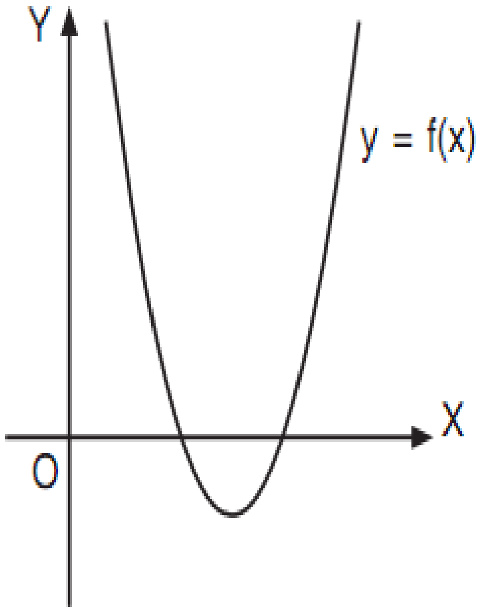
Koefisien x^2 dari fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$ adalah a. Sifat-sifat grafik fungsi kuadrat berdasarkan nilai a sebagai berikut.

a. Jika $a > 0$, grafik terbuka ke atas sehingga grafik mempunyai titik balik minimum.

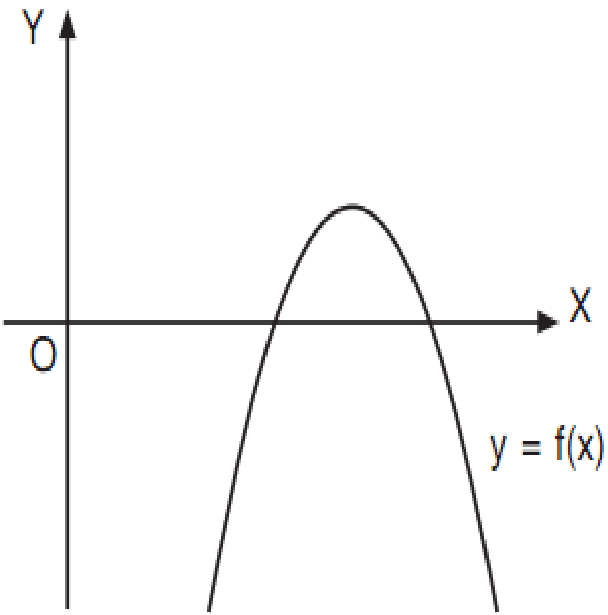
b. Jika $a < 0$, grafik terbuka ke bawah sehingga grafik mempunyai titik balik maksimum.

Bentuk Grafik

Bentuk-bentuk grafik fungsi kuadrat berdasarkan nilai a sebagai berikut.



Nilai a > 0



Nilai a < 0

2. Berdasarkan Nilai Koefisien x^2 dan Nilai Koefisien x

Koefisien x dari fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$ adalah b. Sifat-sifat grafik fungsi kuadrat berdasarkan nilai a dan b sebagai berikut.

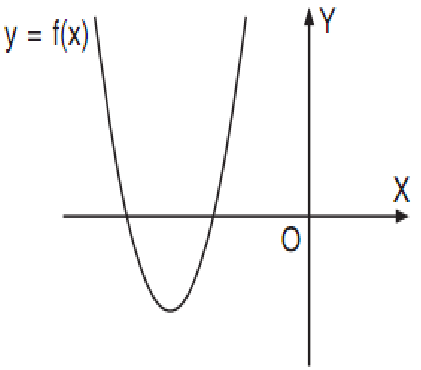
a. Jika $a > 0$ dan $b > 0$, grafik terbuka ke atas dan titik puncak di kiri sumbu Y.
b. Jika $a > 0$ dan $b < 0$, grafik terbuka ke atas dan titik puncak di kanan sumbu Y.
c. Jika $a > 0$ dan $b = 0$, grafik berada pada sumbu Y.
d. Jika $a < 0$ dan $b > 0$, grafik terbuka ke bawah dan titik puncak di kanan sumbu Y.
e. Jika $a < 0$ dan $b < 0$, grafik terbuka ke bawah dan titik puncak di kiri sumbu Y.
f. Jika $a < 0$ dan $b = 0$, grafik berada pada sumbu Y.

Kembali ke daftar isi

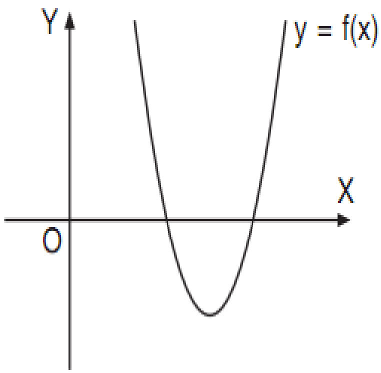
Kembali ke awal bab

Bentuk Grafik

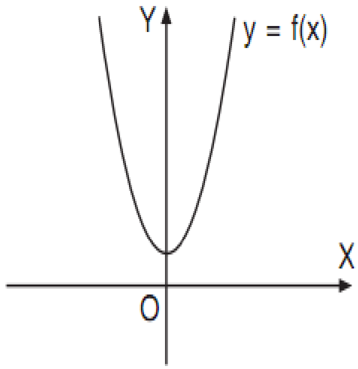
Bentuk-bentuk grafik fungsi kuadrat berdasarkan nilai b sebagai berikut.



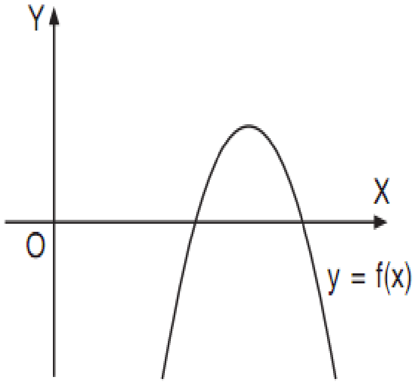
Nilai $a > 0$ dan $b > 0$



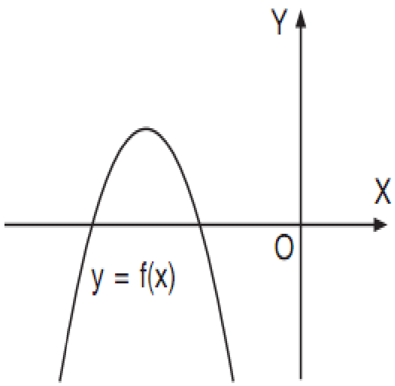
Nilai $a > 0$ dan $b < 0$



Nilai $b = 0$



Nilai $a < 0$ dan $b > 0$



Nilai $a < 0$ dan $b < 0$

Kembali ke daftar isi

Kembali ke awal bab

3. Berdasarkan Nilai Konstanta

Konstanta dari fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$ adalah c. Sifat-sifat grafik fungsi kuadrat berdasarkan nilai c sebagai berikut.

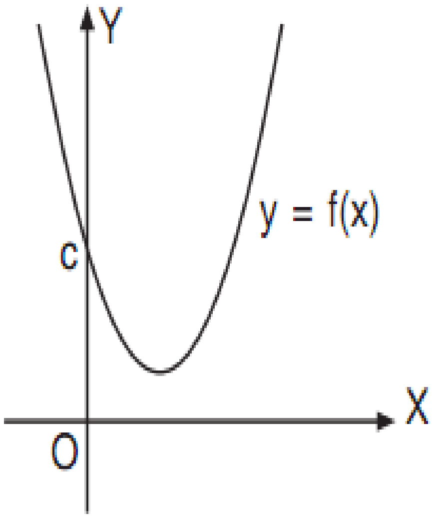
a. Jika $c > 0$, grafik memotong sumbu Y positif.

b. Jika $c = 0$, grafik memotong melalui titik pangkal koordinat.

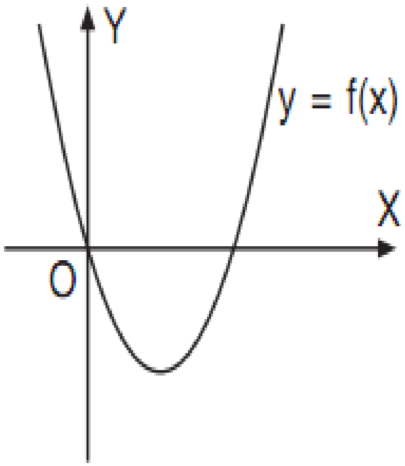
c. Jika $c < 0$, grafik memotong sumbu Y negatif.

Bentuk Grafik

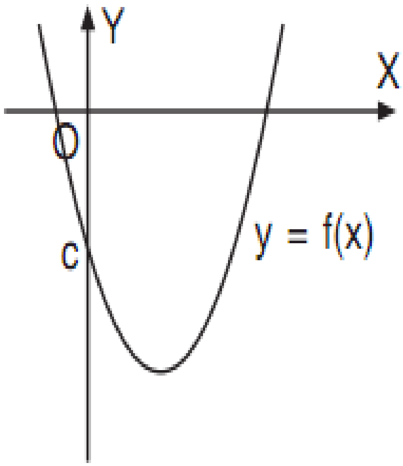
Bentuk-bentuk grafik fungsi kuadrat berdasarkan nilai c sebagai berikut.



Nilai $c > 0$



Nilai $c = 0$



Nilai $c < 0$

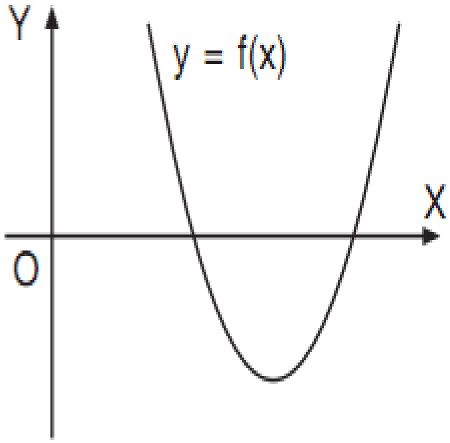
4. Berdasarkan Nilai Diskriminan (D)

Diskriminan dari fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$ dengan $a \neq 0$ adalah $D = b^2 - 4ac$. Sifat-sifat grafik fungsi kuadrat berdasarkan nilai diskriminannya sebagai berikut.

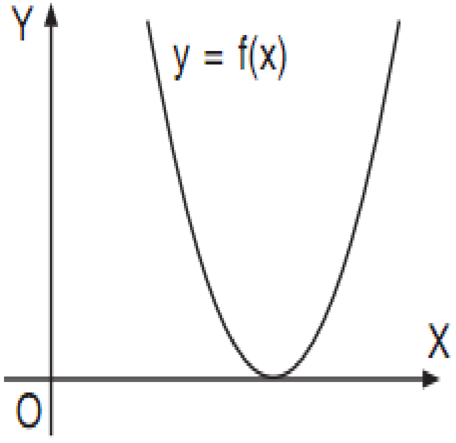
a. Jika $D > 0$, grafik memotong sumbu X di dua titik berlainan.
b. Jika $D = 0$, grafik memotong sumbu X di satu titik atau grafik menyinggung sumbu X.
c. Jika $D < 0$, grafik tidak memotong atau tidak menyinggung sumbu X. Grafik fungsi kuadrat yang tidak memotong atau tidak menyinggung sumbu X disebut definit.

Bentuk Grafik

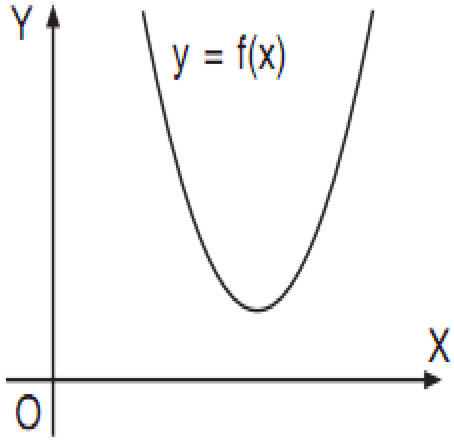
Bentuk-bentuk grafik fungsi kuadrat berdasarkan nilai D sebagai berikut.



Nilai D > 0



Nilai D = 0



Nilai D < 0

5. Berdasarkan Nilai Koefisien x^2 dan Nilai Diskriminan (D)

Sifat-sifat grafik fungsi kuadrat $f(x) = ax^2 + bx + c$, $a \neq 0$ berdasarkan nilai nilai a dan D sebagai berikut.

a. Jika $a > 0$ dan $D < 0$, grafik terbuka ke atas dan tidak memotong atau tidak menyinggung sumbu X. Grafik semcam ini disebut grafik definit positif.

f. Jika $a < 0$ dan $D < 0$, grafik terbuka ke bawah dan tidak memotong atau tidak menyinggung sumbu X. Grafik semacam ini disebut grafik definit negatif.

Bentuk Grafik

Bentuk-bentuk grafik fungsi kuadrat berdasarkan nilai a dan D sebagai berikut.

C. Persamaan Grafik Fungsi Kuadrat

1. Melalui Tiga Titik
2. Memotong Sumbu X di Dua Titik
3. Menyinggung Sumbu X
4. Melalui Titik Puncak

1. Melalui Tiga Titik

Persamaan grafik fungsi kuadrat yang melalui tiga titik $A(x_1, y_1)$, $B(x_2, y_2)$, dan $C(x_3,y_3)$ dapat dicari dengan cara mensubstitusikan ketiga titik ke dalam persamaan umum $y = f(x) = ax^2 + bx + c$.

Contoh Soal

Persamaan grafik fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di titik (1, 0) dan (3, 0) serta melalui titik (–1, –16) adalah . . . .

a. $f(x) = 2x^2 - 8x + 6$

b. $f(x) = x^2 + 4x - 21$

c. $f(x) = -x^2 + 4x - 5$

d. $f(x) = -2x^2 + 8x - 6$

2. Memotong Sumbu X di Dua Titik

Persamaan grafik fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di titik $(x_1, 0)$ dan $(x_2, 0)$ serta serta melalui titik $C(x_3, y_3)$ adalah $f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$. Nilai a ditentukan dengan cara mensubstitusikan titik $C(x_3, y_3)$ ke dalam persamaan fungsi kuadrat $y = f(x) = a(x - x_1)(x - x_2)$ sehingga diperoleh persamaan $y_3 = a(x_3 - x_1)(x_3 - x_2)$.

Contoh Soal

Tentukan persamaan grafik fungsi kuadrat yang memotong sumbu X di titik (2, 0) dan (–3, 0) serta melalui titik (4, –28).

3. Menyinggung Sumbu X

Persamaan grafik fungsi kuadrat yang menyinggung sumbu X di titik $A(x_1, 0)$ dan melalui titik $B(x_2, y_2)$ adalah $y = f(x) = a(x - x_1)^2$.
Nilai a ditentukan dengan cara mensubstitusikan titik $B(x_2, y_2)$ ke dalam persamaan fungsi kuadrat $y = f(x) = a(x - x_1)^2$ sehingga diperoleh persamaan $y_2 = a(x_2 - x_1)^2$.

Contoh Soal

Tentukan persamaan grafik fungsi kuadrat yang menyinggung sumbu X di titik (5, 0) dan melalui titik (3, 8).

Kembali ke daftar isi
Kembali ke awal bab

4. Melalui Titik Puncak

Persamaan grafik fungsi kuadrat memiliki koordinat titik puncak (p, q) dan melalui titik $A(x_1, y_1)$ adalah $f(x) = a(x - p)^2 + q$.
Nilai a ditentukan dengan cara mensubstitusikan titik $A(x_1, y_1)$ ke dalam persamaan fungsi kuadrat $y = f(x) = a(x - p)^2 + q$ sehingga diperoleh persamaan $y_1 = a(x_1 - p)^2 + q$.

Contoh Soal

Tentukan persamaan grafik fungsi kuadrat yang memiliki titik puncak $(2, -5)$ dan melalui titik $(4, 15)$.

BAB IV

A. Memahami Konsep Refleksi dan Translasi

B. Memahami Konsep Rotasi dan Dilatasi

Kembali ke daftar isi

A. Memahami Konsep Refleksi dan Translasi

1. Refleksi (Pencerminan)

Secara umum, hasil refleksi pada bidang koordinat dapat dirumuskan sebagai berikut.

Refleksi	Koordinat Semula	Hasil Refleksi
Sumbu X	(a, b)	(a, –b)
Sumbu Y	(a, b)	(–a, b)
Titik asal O(0, 0)	(a, b)	(–a, –b)
Garis y = x	(a, b)	(b, a)
Garis y = –x	(a, b)	(–b, –a)
Garis x = h	(a, b)	(2h – a, b)
Garis y = k	(a, b)	(a, 2k – b)

Contoh Soal

Segi empat ABCD direfleksikan terhadap garis $y = 2$ sehingga diperoleh bayangan dengan titik $A'(-5, -4)$, $B'(2, -4)$, $C'(-4, -8)$, dan $D'(2, -8)$. Tentukan koordinat titik A, B, C, dan D.

2. Translasi (Penggeseran)

Translasi merupakan transformasi yang memindahkan titik atau bangun dengan cara menggeser titik atau bangun tersebut dengan jarak dan arah tertentu.

Secara umum, konsep translasi dituliskan sebagai berikut.

Translasi suatu titik $P(x, y)$ oleh translasi $T = (a, b)$ yaitu penggeseran titik $P(x, y)$ sejauh a searah sumbu X (ke kanan atau ke kiri) dan sejauh b searah sumbu Y (ke atas atau ke bawah) sehingga menghasilkan titik $P'(x + a, y + b)$.

Contoh Soal

Segitiga ABC dengan koordinat $A(-3, 4)$, $B(-1, 0)$, dan $C(0, 2)$ ditranslasikan oleh translasi T sehingga bayangan titik A adalah $A'(2, 2)$.

a. Tentukan translasi T.

b. Tentukan bayangan titik B dan titik C.

c. Gambarlah segitiga ABC dan bayangannya.

B. Memahami Konsep Rotasi dan Dilatasi

1. Rotasi (Perputaran)

2. Dilatasi (Pengalian)

1. Rotasi (Perputaran)

Rotasi merupakan transformasi yang memutar setiap titik dengan sudut dan arah putaran tertentu terhadap titik yang tetap. Titik yang tetap tersebut dinamakan titik pusat rotasi.
Secara umum, hasil rotasi pada bidang koordinat dengan pusat O(0, 0) dapat dirumuskan sebagai berikut.

Sudut Rotasi	Koordinat Semula	Hasil Rotasi
$90° = -270°$	(x, y)	$(-y, x)$
$180° = -180°$	(x, y)	$(-x, -y)$
$270° = -90°$	(x, y)	$(y, -x)$

Contoh Soal

Diketahui segi empat ABCD dengan koordinat titik A(–2, 1), B(1, 1), C(1, 3), dan D(–4, 3). Segi empat ABCD dirotasikan 90° searah jarum jam terhadap pusat titik asal O(0, 0) sehingga diperoleh bayangan segi empat A′B′C′D′. Tentukan koordinat titik A′, B′, C′, dan D′ menggunakan:

a. gambar dan

b. rumus.

2. Dilatasi (Pengalian)

Dilatasi adalah proses pengalian ukuran bangun atau benda. Pengalian ukuran yang dimaksud dapat berupa pembesaran atau pengecilan tergantung dengan skala dilatasi. Unsur yang harus ada pada dilatasi yaitu titik pusat dilatasi dan skala pengalinya.

Secara umum, bayangan titik A(x, y) oleh dilatasi terhadap pusat O(0, 0) dengan faktor skala k adalah A'(kx, ky).

Contoh Soal

Diketahui segitiga ABC dengan koordinat titik A(1, 1), B(–1, 0), dan C(2, 0). Segitiga ABC didilatasikan terhadap titik O(0, 0) dengan faktor skala 2 sehingga diperoleh segitiga A′B′C′.

a. Tentukan koordinat titik A′, B′, dan C′.
b. Gambarkan segitiga ABC dan segitiga A′B′C′.

BAB V

Kembali ke daftar isi

A. Konsep Kekongruenan dan Kesebangunan

1. Kekongruenan Bangun Datar

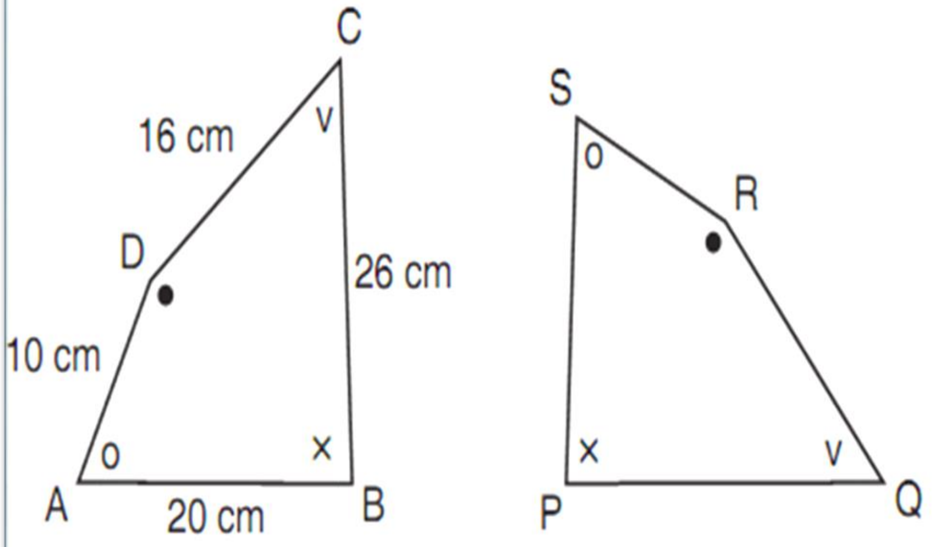
Secara umum, syarat dua bangun saling kongruen sebagai berikut.

a. Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

b. Sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang.

Contoh Soal

Perhatikan gambar berikut.



Jika kedua segi empat di atas kongruen, panjang PS = ...

2. Kesebangunan Bangun Datar

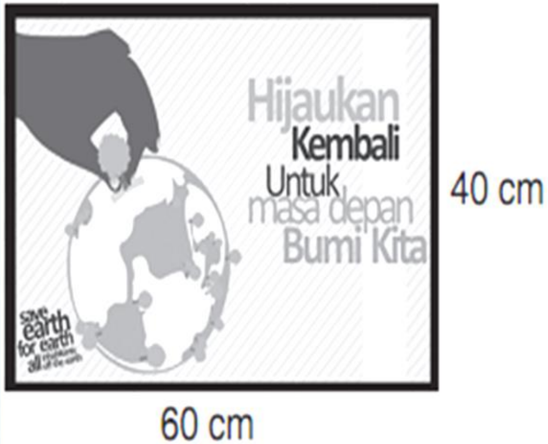
Secara umum, syarat dua bangun saling sebangun sebagai berikut.

a. Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

b. Perbandingan panjang sisi-sisi yang bersesuaian sama.

Contoh Soal

Sebuah poster ditempelkan pada selembar kertas berukuran 60 cm × 40 cm seperti tampak pada gambar berikut.



Di sebelah atas, kanan, dan kiri poster masih terdapat sisa kertas 3 cm. Jika poster dan kertas sebangun, tentukan sisa kertas di bawah poster.

B. Kekongruenan pada Segitiga

1. Kekongruenan Segitiga

Dua segitiga yang kongruen mempunyai sifat-sifat sebagai berikut.

a. Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

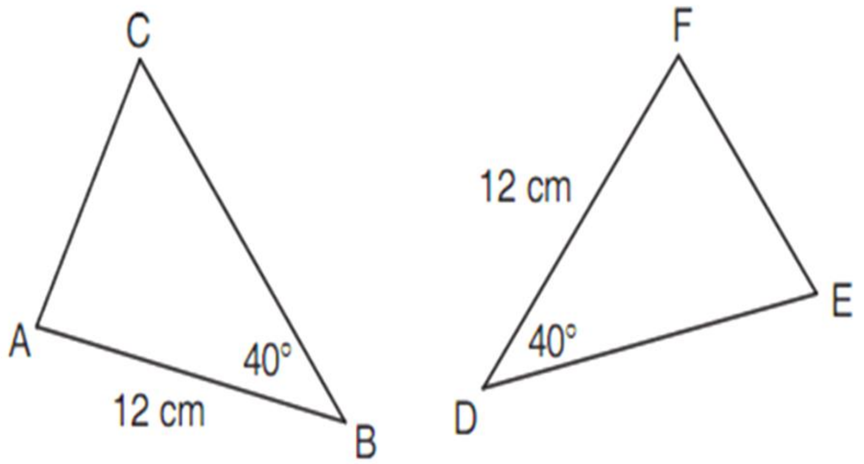
b. Sisi-sisi yang bersesuaian sama panjang.

Kembali ke daftar isi

Kembali ke awal bab

Contoh Soal

Diketahui kedua segitiga berikut merupakan segitiga sembarang dan keduanya saling kongruen.



a. Jika panjang AC = 10 cm, tentukan panjang EF.

b. Jika $m\angle C = 64°$, tentukan $m\angle F$.

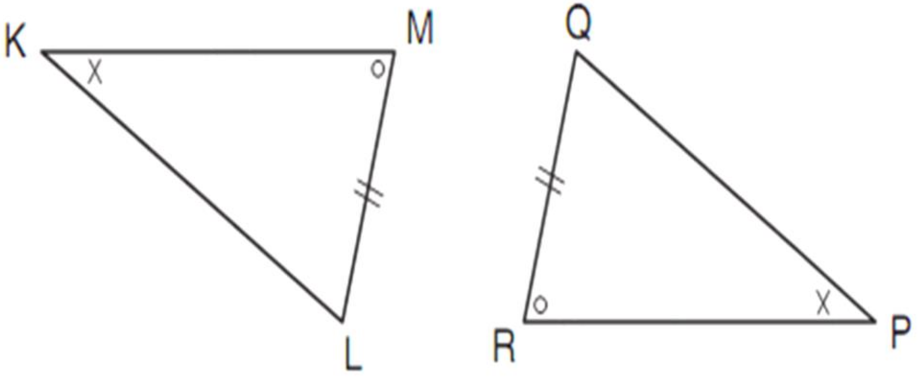
2. Syarat Cukup Kekongruenan Segitiga

Untuk menunjukkan bahwa dua segitiga kongruen tidak perlu ditunjukkan semua sisinya sama panjang dan ketiga sudutnya sama besar. Berikut ini syarat cukup dari dua segitiga kongruen.

a. **Ttiga pasang sisi yang bersesuaian sama panjang (s – s – s).**
b. **Dua pasang sisi yang bersesuaian sama panjang dan sepasang sudut sama besar.**
c. **Dua pasang sudut yang bersesuaian sama besar dan sepasang sisi sama panjang.**

Contoh Soal

Perhatikan segitiga KLM dan segitiga RPQ berikut.



a. Apakah segitiga KLM kongruen dengan segitiga RPQ?

b. Sebutkan sudut-sudut yang sama besar dan sisi-sisi yang sama panjang.

C. Kesebangunan pada Segitiga

1. Kesebangunan Segitiga

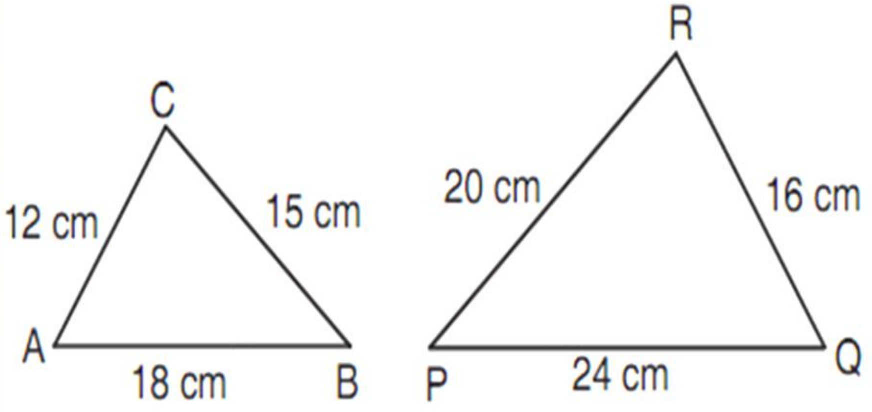
Dua segitiga yang sebangun mempunyai sifat-sifat sebagai berikut.

a. Sudut-sudut yang bersesuaian sama besar.

b. Sisi-sisi yang bersesuaian sebanding.

Contoh Soal

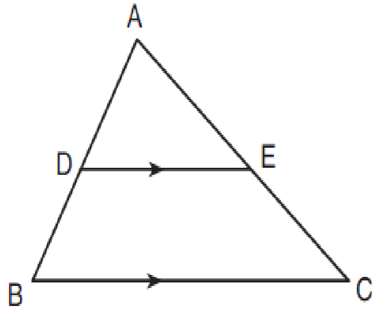
Perhatikan dua segitiga berikut.



a. Buktikan kedua segitiga di atas sebangun.

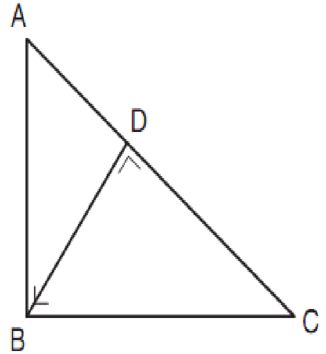
b. Tuliskan pasangan sudut yang sama besar.

2. Rumus-Rumus Khusus sebagai Akibat Kesebangunan Segitiga



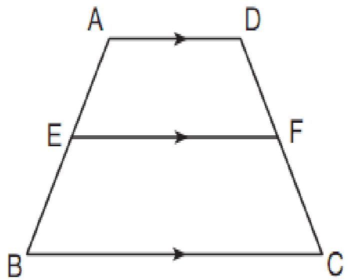
Pada ΔABC dibuat garis DE sejajar BC seperti tampak pada gambar di samping. Pada ΔABC berlaku rumus berikut.

$$\frac{AD}{BD} = \frac{AE}{CE}$$



ΔABC siku-siku di B. Dari titik B dibuat garis tinggi BD seperti tampak pada gambar di samping. Pada ABC berlaku rumus berikut.

1) $AB^2 = AD \times AC$
2) $BC^2 = CD \times AC$
3) $BD^2 = AD \times CD$

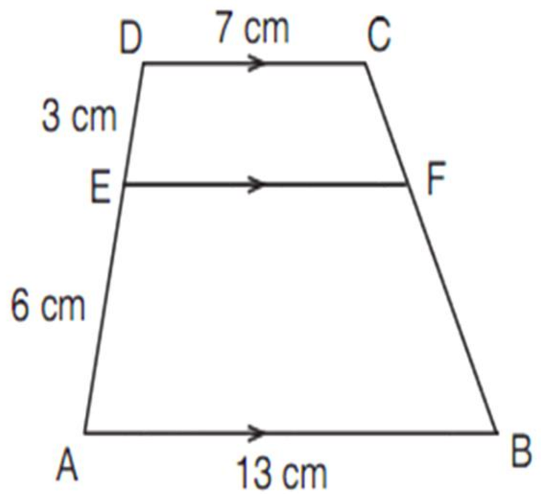


Pada trapesium ABCD dibuat garis EF sejajar AD dan BC seperti tampak pada gambar di samping. Pada trapesium ABCD berlaku rumus berikut.

$$EF = \frac{BC \times AE + AD \times BE}{AB}$$

Contoh Soal

Perhatikan gambar berikut.



Tentukan panjang EF.

BAB VI

Kembali ke daftar isi

A. Tabung, Kerucut, dan Bola

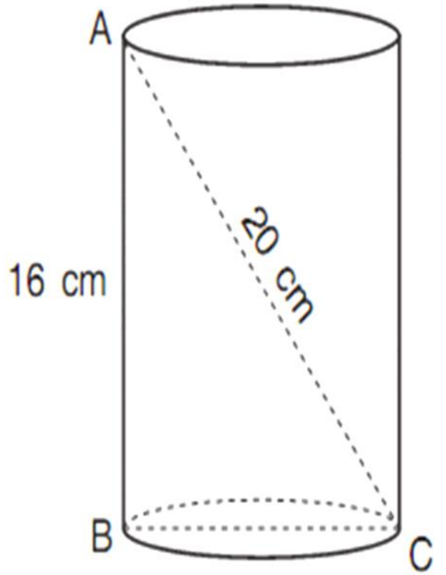
1. Tabung

Tabung adalah prisma yang bidang alas dan tutupnya berupa lingkaran. Unsur-unsur tabung sebagai berikut.

a. Sisi alas dan atas tabung berupa lingkaran.
b. Jari-jari tabung.
c. Tinggi tabung.
d. Selimut tabung berupa sisi lengkung yang menyelimuti tabung.
e. Banyak rusuk 2 dan tidak memiliki titik sudut.

Contoh Soal

Diketahui tabung dengan ukuran seperti gambar berikut.



Panjang jari-jari tabung adalah . . . .

2. Kerucut

Kerucut adalah limas yang bidang alasnya berbentuk lingkaran.
Unsur-unsur kerucut sebagai berikut.

a. Jari-jari kerucut.
b. Tinggi kerucut.
c. Garis pelukis adalah garis yang menghubungkan titik puncak ke titik pada keliling bidang alas kerucut.
d. Banyak rusuk 1 dan tidak memiliki titik sudut.

Contoh Soal

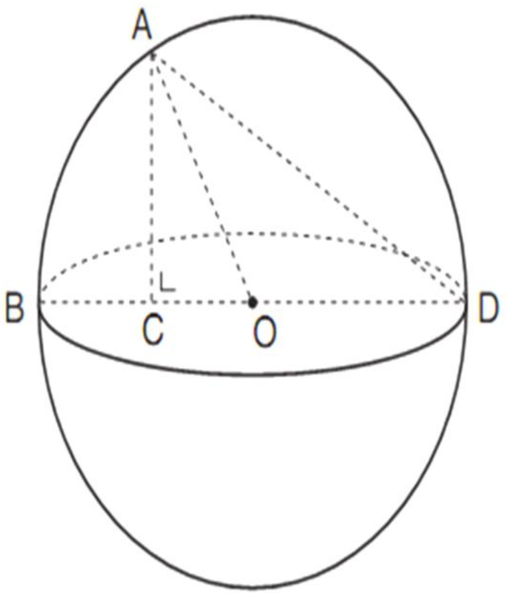
Sebuah kerucut mempunyai ukuran diameter 20 cm dan tinggi 24 cm. Tentukan panjang garis pelukis kerucut tersebut.

3. Bola

Bola merupakan satu-satunya bangun ruang yang hanya tersusun atas satu bidang sisi. Bidang sisi tersebut berupa bidang sisi lengkung. Bola tidak memiliki rusuk dan titik sudut.

Contoh Soal

Perhatikan gambar bola berikut.



Jika BC = 9 cm dan BD = 34 cm, panjang AC =

. . . .

B. Luas dan Volume Bangun Ruang Sisi Lengkung

1. Tabung

Luas permukaan tabung = $2\pi r(r + t)$

Volume tabung = $\pi r^2 \times t$

Contoh Soal

Sebuah tabung diketahui memiliki volume 125.600 cm^3. Jika tinggi tabung 50 cm, tentukan luas permukaan tabung.

Kembali ke daftar isi
Kembali ke awal bab

2. Kerucut

Luas permukaan kerucut = $\pi r(s + r)$

Volume kerucut = $\frac{1}{3}$ x luas alas x tinggi

$= \frac{1}{3} \times \pi r^2 \times t$

Contoh Soal

Diketahui volume sebuah kerucut 314 cm^2. Jika jari-jari alasnya 5 cm dan $\pi = 3{,}14$, panjang garis pelukisnya adalah . . . .

a. 4 cm

b. 12 cm

c. 13 cm

d. 15 cm

3. Bola

Luas permukaan bola = $4\pi r^2$

Volume bola = $\frac{4}{3}\pi r^3$

Contoh Soal

Sebuah semangka dibelah menjadi dua (semangka dianggap bentuk bola). Panjang jari-jari semangka 14 cm. Berapa luas permukaan satu belahan semangka tersebut?

C. Menyelesaikan Masalah yang Berkaitan dengan Bangun Ruang (Gabungan atau Irisan)

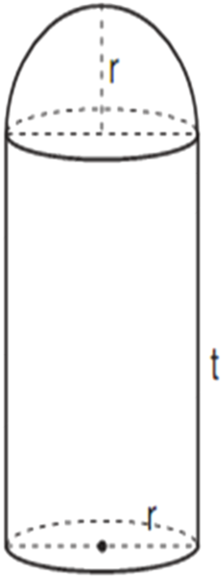
1. Gabungan Tabung dan Setengah Bola

$$\text{Volume} = V_{\text{tabung}} + V_{\frac{1}{2}\text{bola}}$$

$$= \pi r^2 t + \frac{1}{2} \times \frac{4}{3}\pi r^3$$

$$= \pi r^2 t + \frac{2}{3}\pi r^3$$

$$= \pi r^2 (t + \frac{2}{3} r)$$



$$\text{Luas permukaan} = L_{\text{alas}} + L_{\text{selimut}} + L_{\frac{1}{2}\text{bola}}$$

$$= \pi r^2 + 2\pi rt + 2\pi r^2$$

$$= 3\pi r^2 + 2\pi rt$$

$$= \pi r(3r + 2t)$$

2. Gabungan Tabung dan Kerucut

Gabungan Tabung dan Kerucut

$$\text{Volume} = V_{tabung} + V_{kerucut}$$
$$= \pi r^2 t_T + \frac{1}{3}\pi r^2 t_K$$
$$= \pi r^2 \left(t_T + \frac{1}{3} t_K\right)$$

$$\text{Luas permukaan} = L_{alas} + L_{selimut\ tabung} + L_{selimut\ kerucut}$$
$$= \pi r^2 + 2\pi r t_T + \pi r s$$
$$= \pi r (r + 2t_T + s)$$