

MODUL 3

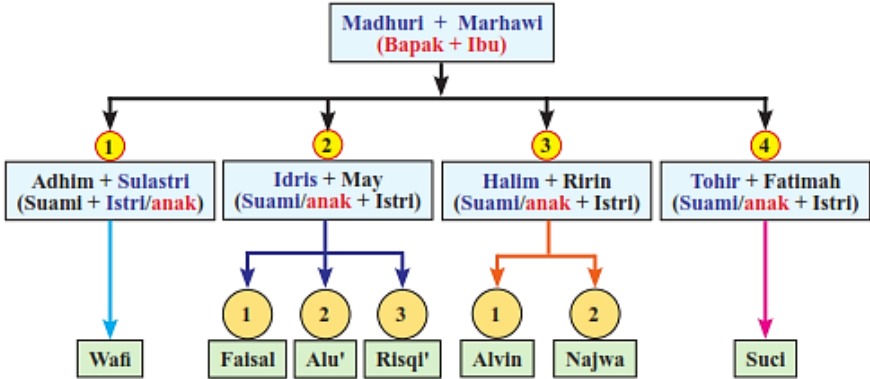
RELASI DAN FUNGSI

KEGIATAN BELAJAR 1

RELASI

Memahami Relasi

Perhatikan bagan silsilah keluarga berikut:



Misal A adalah himpunan anak dari pasangan Madhuri dan Marhawi, maka:

$$A = \{Sulastris, Idris, Halim, Tohir\}$$

Misal B adalah himpunan cucu dari pasangan Madhuri dan Marhawi, maka:

$$B = \{Wafi, Faisal, Alu', Risqi', Alvin, Najwa, Cuci\}$$

Maka kita bisa membuat beberapa relasi, misal "bapak dari", "ibu dari", "anak dari", "nenek dari", dll

Contoh:

- o Sulastris *anak dari* Madhuri
- o Madhuri *bapak dari* Tohir
- o May *ibu dari* Faisal
- o Najwa *cucu dari* Madhuri
- o Marhawi *nenek dari* Faisal
- o dan lain-lainnya.

Contoh Relasi lainnya:

- o Jakarta ibu kota dari Indonesia
- o Bangkok ibu kota dari Thailand
- o 4 kurang dari 10

Cara menyajikan Relasi:

Tabel berikut merupakan data siswa dan pelajaran yang disukainya:

Nama Siswa	Pelajaran yang Disukai
Abdul	Matematika, IPA
Budi	IPA, IPS, Kesenian
Candra	Olahraga, Keterampilan
Dini	Kesenian, Bahasa Inggris
Elok	Matematika, IPA, Keterampilan

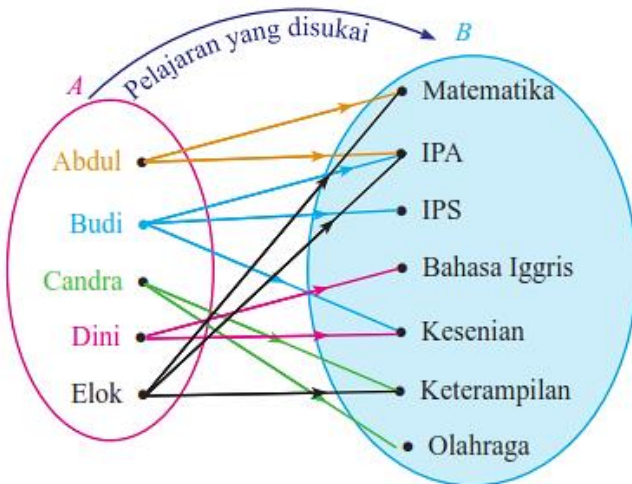
Misal:

$A = \{Abdul, Budi, Candra, Dini, Elok\}$ dan

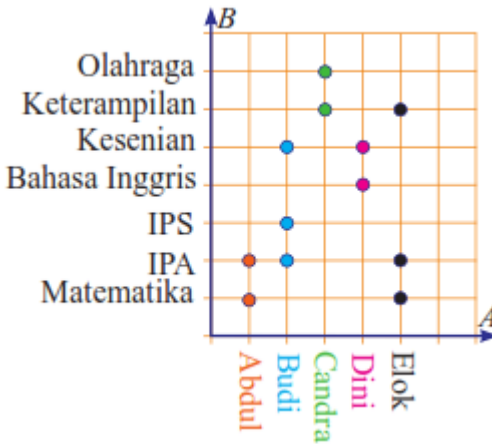
$B = \{Matematika, IPA, IPS, Bahasa Inggris, Kesenian, Keterampilan, Olahraga\}$

Maka kita bisa menyajikan Relasi dari himpunan A ke himpunan B dengan 3 cara:

1) Diagram panah



2) Diagram Cartesius



3) Himpunan pasangan berurutan

$\{(Abdul, Matematika), (Abdul, IPA), (Budi, IPA), (Budi, IPS), (Budi, Kesenian), (Candra, Keterampilan), (Candra, Olahraga), (Dini, Bahasa Inggris), (Dini, Kesenian), (Elok, Matematika), (Elok, IPA), (Elok, Keterampilan)\}$

Contoh Relasi dan Bukan Relasi:

No	Diagram panah	Relasi	Bukan Relasi
1		$\{(1,a), (2,a), (3,a), (4,a)\}$	$\{(1,a), (3,d)\}$
2		$\{(1,a), (2,c)\}$	$\{(2,b), (4,c)\}$

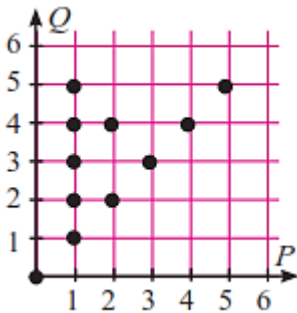
Kesimpulan:

Relasi adalah adalah suatu aturan yang memasangkan anggota himpunan satu ke himpunan lain.

Cara penyajian Relasi: diagram panah, diagram Cartesius, dan himpunan pasangan berurutan

TUGAS 1 (RELASI DAN FUNGSI)

1. Perhatikan diagram berikut:



Nyatakan diagram di atas dengan cara himpunan pasangan berurutan.

2. Buatlah diagram panah dari relasi "*tiga kalinya dari*" himpunan $K = \{6, 9, 15, 21, 24, 27\}$ ke himpunan $L = \{2, 3, 5, 8, 9\}$
3. Sajikan relasi "*akar dari*" dari himpunan $P = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ke himpunan $Q = \{1, 2, 4, 9, 12, 16, 20, 25, 36, 49\}$ dalam himpunan pasangan berurutan.
4. Diketahui $A = B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$
Buatlah diagram Cartesius dari himpunan A ke himpunan B dengan relasi "*faktor dari*".

KEGIATAN BELAJAR 2

FUNGSI / PEMETAAN

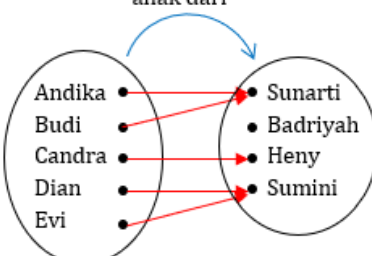
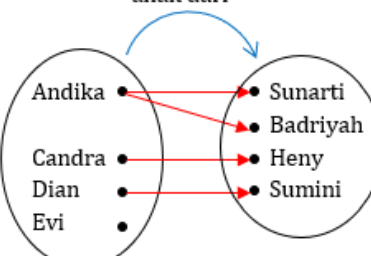
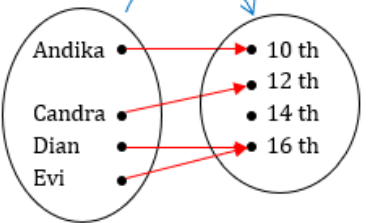
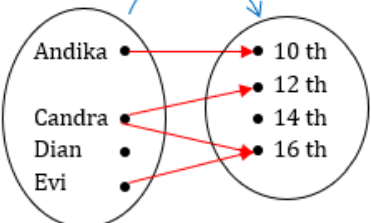
Memahami Fungsi

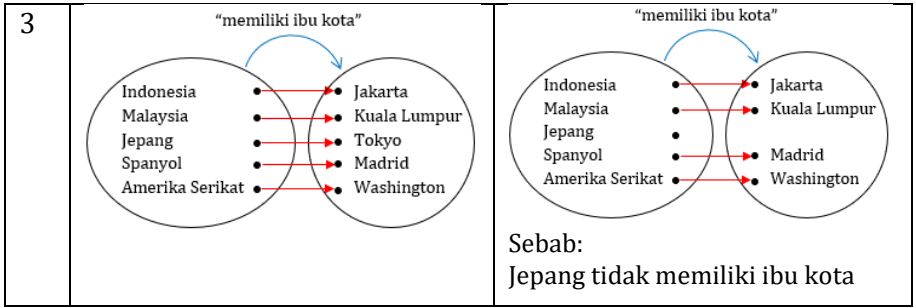
Perhatikan beberapa pernyataan berikut:

- Setiap anak pasti memiliki satu ibu.
- Setiap orang pasti memiliki satu umur.
- Setiap negara pasti memiliki satu ibukota.

Relasi “anak dari”, “memiliki umur”, dan “memiliki ibu kota” merupakan FUNGSI (Pemetaan)

Jika dinyatakan dalam diagram panah:

No	Fungsi	Bukan Fungsi
1	<p>“anak dari”</p> 	<p>“anak dari”</p>  <p>Sebab: Andika memiliki 2 ibu Evi tidak memiliki ibu</p>
2	<p>“memiliki umur”</p> 	<p>“memiliki umur”</p>  <p>Sebab: Candra memiliki 2 umur Dian tidak memiliki umur</p>



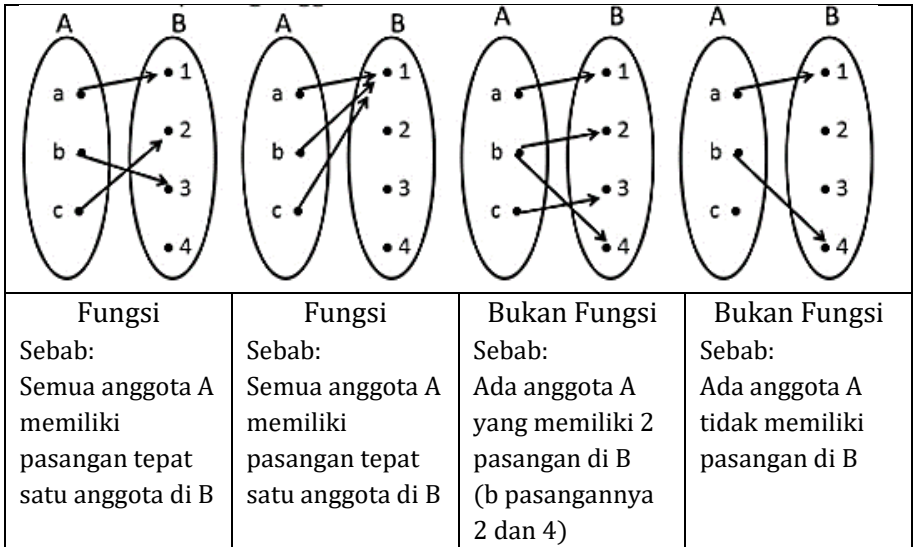
Dari contoh-contoh di atas, dapat disimpulkan:

Jika ada relasi dari himpunan A ke himpunan B, maka relasi tersebut dinyatakan FUNGSI apabila memiliki syarat:

- 1) Semua anggota himpunan A harus memiliki pasangan, dan
- 2) Pasangannya harus tepat satu di himpunan B

Contoh 1:

Perhatikan diagram panah berikut:



Contoh 2:

Perhatikan himpunan pasangan berurutan berikut:

Jika $A = \{1, 2, 3\}$ dan $B = \{a, b\}$

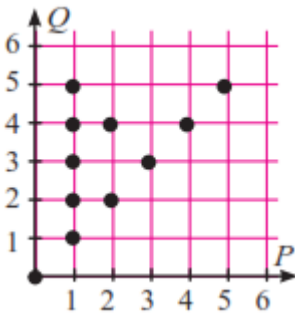
Selidikilah apakah himpunan pasangan berurutan relasi dari A ke B pada tabel berikut Fungsi atau Bukan Fungsi, berikan penjelasan!

Himpunan pasangan berurutan	Fungsi atau Bukan Fungsi
$\{(1,a), (1,b), (2,a), (3,b)\}$	Bukan Fungsi, sebab 1 memiliki 2 pasangan yaitu a dan b
$\{(1,a), (2,a), (3,a)\}$	Fungsi, sebab semua anggota A memiliki tepat 1 anggota di B
$\{(1,a), (3,b)\}$	Bukan Fungsi, sebab ada anggota A tidak memiliki pasangan (2 tidak memiliki pasangan)
$\{(1,b), (2,a), (3,b)\}$	Fungsi, sebab semua anggota A memiliki tepat 1 anggota di B

Contoh 3:

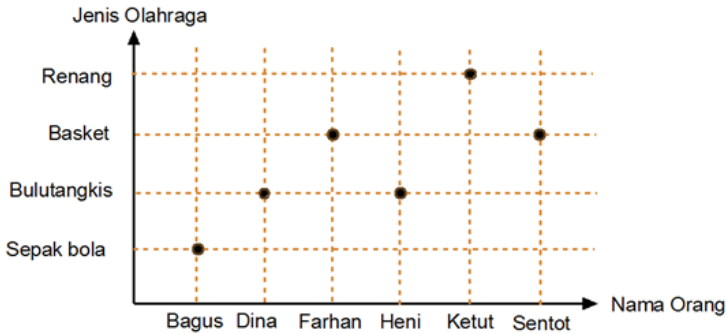
Perhatikan diagram Cartesius berikut:

1) Apakah relasi dari P ke Q merupakan Fungsi?



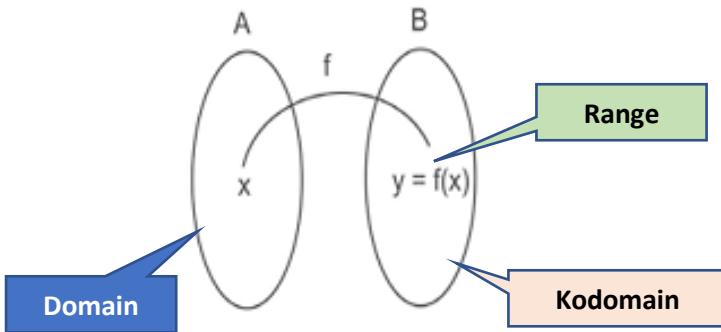
Bukan Fungsi, sebab ada anggota P yang memiliki lebih dari 1 pasangan.

2) Apakah relasi dari himpunan Nama Orang ke himpunan Jenis Olahraga merupakan Fungsi?



Fungsi, sebab semua anggota himpunan Nama Orang memiliki tepat 1 anggota di himpunan Jenis Olahraga.

Notasi Fungsi, Domain, Kodomain, dan Range



- Notasi Fungsi:
 $f : A \rightarrow B$
 (dibaca fungsi f memetakan setiap anggota A ke himpunan B)
- Rumus fungsi:
 $f : x \rightarrow f(x)$ dengan $x \in A$ dan $f(x) \in B$
 (dibaca fungsi f memetakan x dengan rumus $f(x)$)
- Domain (daerah asal) = himpunan A
- Kodomain (daerah kawan) = himpunan B
- Range (daerah hasil) = himpunan yang memuat $f(x)$

Contoh:

Diketahui $A = \{1, 2, 3, 4\}$ dan $B = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ dan fungsi $f : A \rightarrow B$ dengan rumus $f(x) = 2x + 1$

Tentukan:

- a) Domain
- b) Kodomain
- c) Range

Penyelesaian:

- a) Domain = $\{1, 2, 3, 4\}$
- b) Kodomain = $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- c) Range

$$f(x) = 2x + 1$$

$$f(1) = 2(1) + 1 = 2 + 1 = 3$$

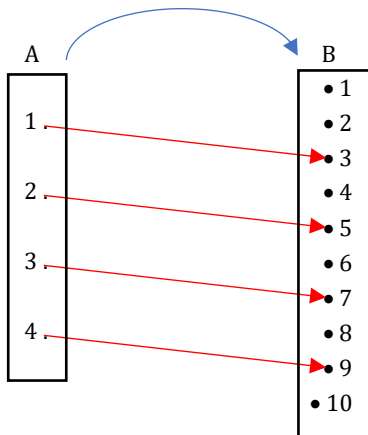
$$f(2) = 2(2) + 1 = 4 + 1 = 5$$

$$f(3) = 2(3) + 1 = 6 + 1 = 7$$

$$f(4) = 2(4) + 1 = 8 + 1 = 9$$

$$\text{Range} = \{3, 5, 7, 9\}$$

Diagram panah fungsi f
 $f(x) = 2x + 1$



TUGAS 2 (RELASI DAN FUNGSI)

1. Lengkapi tabel berikut dengan himpunan pasangan berurutan yang merupakan fungsi dari $A = \{a, b\}$ ke $B = \{1, 2, 3\}$

1)	$\{(a,1), (b,1)\}$
2)	$\{(a,1), (b,2)\}$
3)	$\{(a,1), (b,3)\}$
4)	$\{(a,2), (b,1)\}$
5)
6)
7)
8)
9)

2. Diketahui $P = \{1, 2, 3, 4, 6\}$ dan $Q = \{2, 4, 6, 8, 10, 12\}$.
Jika dari P ke Q dihubungkan relasi “setengah dari”, maka:
a) gambarlah diagram panah relasi dari P ke Q
b) Apakah relasi dari P ke Q sebuah Fungsi? Jika fungsi tentukan Rangnya.
3. Tuliskan 2 contoh fungsi yang terjadi dalam kehidupan sehari-hari dan nyatakan dalam bentuk pasangan berurutan.

KEGIATAN BELAJAR 3

BENTUK PENYAJIAN FUNGSI

Memahami Bentuk Penyajian Fungsi

Rumah Bimbel melakukan pendaftaran peserta dengan uang pendaftaran Rp100.000,00 dan biaya per pertemuan tatap muka Rp25.000,00.



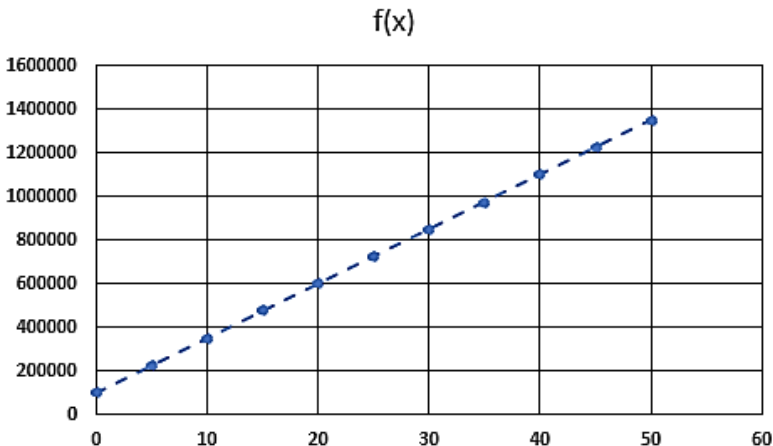
1. Bisakah kalian menghitung berapa biaya yang dikeluarkan oleh setiap peserta selama:
 - 5 kali
 - 10 kali
 - 15 kali
 - 50 kali
2. Bagaimanakah rumus fungsinya?

Penyelesaian:

Banyak pertemuan	Uraian	Jumlah biaya
5 kali	$100.000 + 5 \times 25.000$	Rp225.000,00
10 kali	$100.000 + 10 \times 25.000$	Rp350.000,00
15 kali	$100.000 + 15 \times 25.000$	Rp475.000,00
50 kali	$100.000 + 50 \times 25.000$	Rp1.350.000,00
....
x kali	$100.000 + x \times 25.000$	$100.000 + 25.000x$

Rumus fungsinya: $f(x) = 100.000 + 25.000x = 25.000x + 100.000$

Diagram Cartesius



Grafik Cartesius

Suatu fungsi f dirumuskan dengan $f(x) = x^2 - 4$ dengan daerah asal $A = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

- Tentukan daerah hasil dari fungsi f
- Buatlah grafiknya pada bidang koordinat Cartesius.

Penyelesaian:

- Rumus:

$$f(x) = x^2 - 4$$

$$f(-3) = (-3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5$$

$$f(-2) = (-2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

$$f(-1) = (-1)^2 - 4 = 1 - 4 = -3$$

$$f(0) = (0)^2 - 4 = 0 - 4 = -4$$

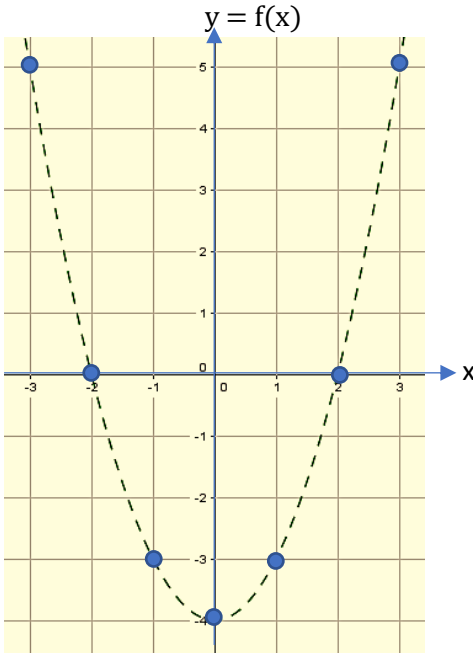
$$f(1) = (1)^2 - 4 = 1 - 4 = -3$$

$$f(2) = (2)^2 - 4 = 4 - 4 = 0$$

$$f(3) = (3)^2 - 4 = 9 - 4 = 5$$

Daerah hasil = $\{-4, -3, 0, 5\}$

- Grafik Fungsi $f(x) = x^2 - 4$



Contoh 1:

Jelaskan cara menentukan rumus fungsi jika diketahui fungsi f dinyatakan oleh $f(x) = ax + b$ dengan $f(-1) = 2$ dan $f(2) = 11$ dengan daerah asal $\{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$, kemudian gambarlah grafiknya

Penyelesaian:

Rumus:

$$f(x) = ax + b$$

$$f(-1) = a(-1) + b = -a + b = 2 \text{ (1)}$$

$$f(2) = a(2) + b = 2a + b = 11 \text{ (2)}$$

dengan cara Eliminasi variabel b :

$$(2) \quad 2a + b = 11$$

$$(1) \quad \underline{-a + b = 2} \quad -$$

$$3a + 0 = 9$$

$$3a = 9$$

$$\mathbf{a = 3}$$

Substitusi:

$$a = 3 \implies 2a + b = 11$$

$$2(3) + b = 11$$

$$6 + b = 11$$

$$b = 11 - 6$$

$$\mathbf{b = 5}$$

Jadi rumusnya:

$$a = 3 \text{ dan } b = -7 \implies f(x) = ax + b$$

$$\mathbf{f(x) = 3x + 5}$$

Menggambar grafik $f(x) = 3x + 5$

$$f(-3) = 3(-3) + 5 = -9 + 5 = -4$$

$$f(-2) = 3(-2) + 5 = -6 + 5 = -1$$

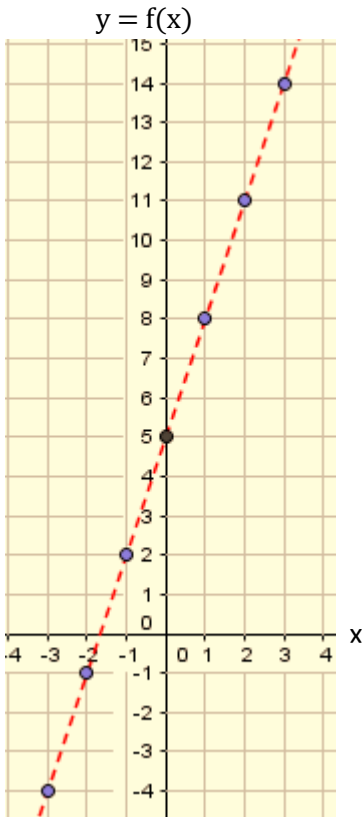
$$f(-1) = 3(-1) + 5 = -3 + 5 = 2$$

$$f(0) = 3(0) + 5 = 0 + 5 = 5$$

$$f(1) = 3(1) + 5 = 3 + 5 = 8$$

$$f(2) = 3(2) + 5 = 6 + 5 = 11$$

$$f(3) = 3(3) + 5 = 9 + 5 = 14$$



TUGAS 3 (RELASI DAN FUNGSI)

1. Fungsi f didefinisikan dengan rumus $f(x) = 5 - 3x$ dengan daerah asal $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3\}$
 - a) Tentukan daerah hasil dari fungsi tersebut.
 - b) Gambarlah grafik fungsinya pada Koordinat Cartesius.
2. Fungsi f ditentukan oleh $f(x) = ax + b$. Jika $f(4) = 5$ dan $f(-2) = -7$, tentukanlah:
 - a) nilai a dan b ,
 - b) rumus persamaan fungsi tersebut.
3. Diketahui fungsi f dirumuskan dengan $f(x) = -3x + 6$. Jika $f(a) = -9$, tentukan nilai a .