

MODUL 1

TEOREMA PYTHAGORAS

RINGKASAN MATERI MATEMATIKA
KELAS VIII SEMESTER GENAP

MODUL 1

TEOREMA PYTHAGORAS

Pendahuluan

Pada kegiatan pembelajaran ini, peserta didik akan mempelajari tentang pembuktian Teorema Pythagoras, Tripel Pythagoras dan Jenis Segitiga, Perbandingan sisi-sisi segitiga siku-siku, serta penggunaan Teorema Pythagoras dalam menyelesaikan masalah sehari-hari.

Agar tujuan dapat tercapai, modul ini akan disajikan dalam 3 kegiatan belajar sebagai berikut:

1. Memeriksa kebenaran Teorema Pythagoras
2. Tripel Pythagoras dan Jenis segitiga
3. Perbandingan sisi-sisi segitiga siku-siku

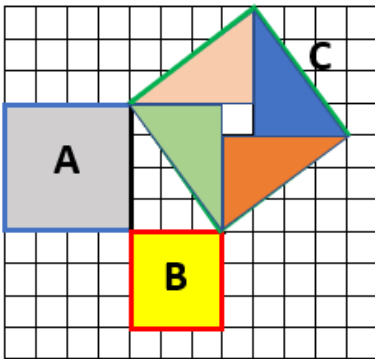
Supaya memperoleh hasil yang maksimal, ikuti petunjuk pembelajaran berikut ini:

1. Bacalah dengan cermat bagian pendahuluan modul ini sampai memahami betul, untuk apa dan bagaimana mempelajari modul ini.
2. Lakukan semua kegiatan yang dianjurkan sesuai dengan petunjuk modul.

Kegiatan Belajar 1:

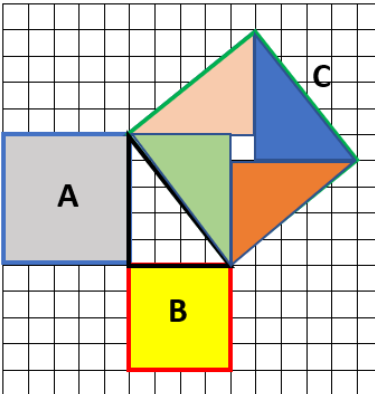
Memeriksa Kebenaran Teorema Pythagoras

Contoh 1:



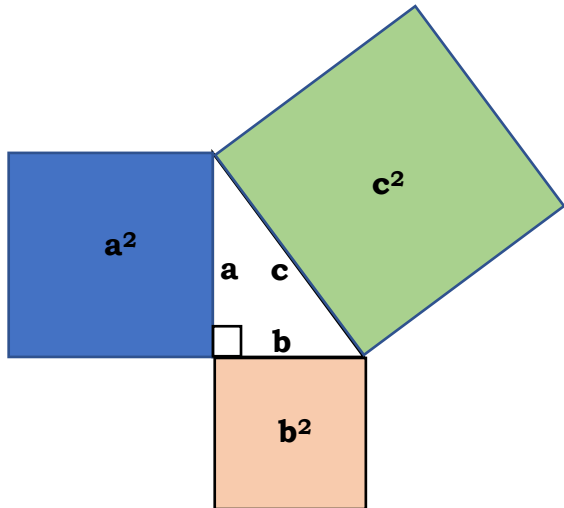
Luas persegi A	Luas persegi B	Luas persegi C	Hubungan A, B, C
$4 \times 4 = 16$	$3 \times 3 = 9$	$4 \times L.\Delta + L.\blacksquare =$	$L. A + L.B = L.C$
		$4 \times (\frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 4) + (1 \cdot 1)$	$16 + 9 = 25$
		$= 24 + 1 = 25$	$4^2 + 3^2 = 5^2$

Contoh 2:



Luas persegi A	Luas persegi B	Luas persegi C	Hubungan A, B, C
$5 \times 5 = 25$	$4 \times 4 = 16$	$4 \times L.\Delta + L.\blacksquare =$	$L. A + L.B = L.C$
		$4 \times (\frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 5) + (1 \cdot 1) =$	$25 + 16 = 41$
		$40 + 1 = 41$	$5^2 + 4^2 = (\sqrt{41})^2$

Kesimpulan:

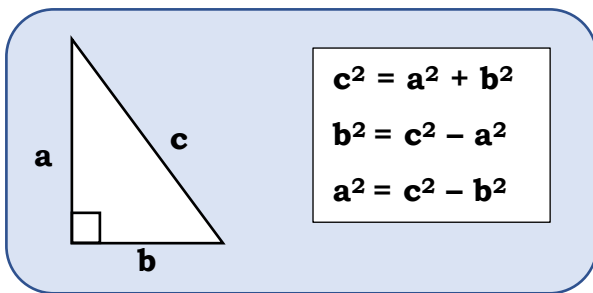


Pada Segitiga siku-siku dengan panjang sisi a, b, c dan c sebagai sisi miring (sisi yang terpanjang), maka berlaku:

$$a^2 + b^2 = c^2$$

rumus ini dikenal sebagai Teorema Pythagoras:

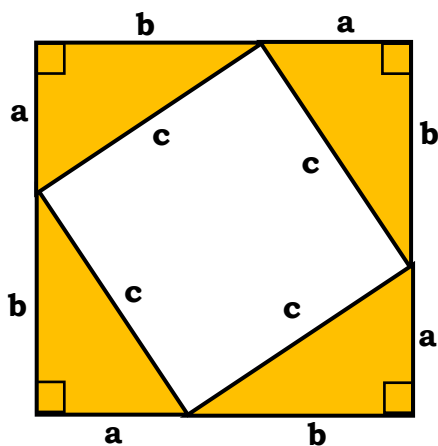
“kuadrat sisi miring = jumlah kuadrat sisi siku-sikunya”



Keterangan:

Sisi miring (hipotenusa) → terletak di depan sudut siku-siku

Pembuktian dengan aljabar:



Luas persegi besar = L.persegi kecil + 4 x L.segitiga

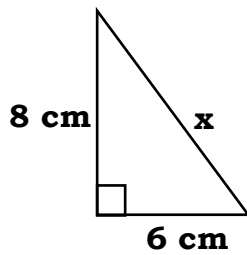
$$\begin{aligned} (a + b)^2 &= c^2 + 4 \times \left(\frac{1}{2} \cdot a \cdot b\right) \\ a^2 + 2ab + b^2 &= c^2 + 2ab \\ a^2 + b^2 &= c^2 + 2ab - 2ab \\ \mathbf{a^2 + b^2} &= \mathbf{c^2} \end{aligned}$$

Atau

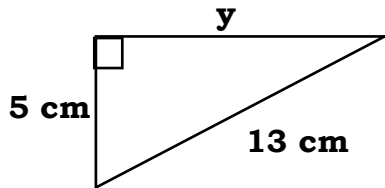
$$\mathbf{c^2 = a^2 + b^2}$$

Contoh :

1. Tentukan panjang sisi x, y, dan z

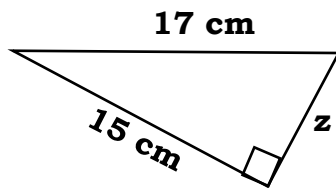


Jawab:
Rumus: $c^2 = a^2 + b^2$
 Sisi miring = x
 $x^2 = 8^2 + 6^2$
 $x^2 = 64 + 36$
 $x^2 = 100$
 $x = \sqrt{100}$



Jawab:
Rumus: $c^2 = a^2 + b^2$
 Sisi miring = 13
 $13^2 = 5^2 + y^2$
 $169 = 25 + y^2$
 $y^2 = 169 - 25$
 $y^2 = 144$
 $y = \sqrt{144}$
y = 12 cm

Atau
Rumus: $a^2 = c^2 - b^2$
 Sisi miring = 13
 $y^2 = 13^2 - 5^2$
 $y^2 = 169 - 25$
 $y^2 = 144$
 $y = \sqrt{144}$
y = 12 cm



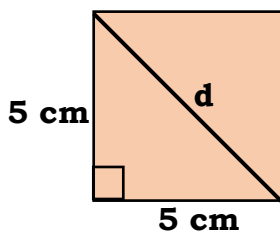
Jawab:
Rumus: $a^2 + b^2 = c^2$
 Sisi miring = 17
 $z^2 + 15^2 = 17^2$
 $z^2 + 225 = 289$
 $z^2 = 289 - 225$
 $z^2 = 64$
 $z = \sqrt{64}$
z = 8 cm

Atau
Rumus: $a^2 = c^2 - b^2$
 Sisi miring = 17
 $z^2 = 17^2 - 15^2$
 $z^2 = 289 - 225$
 $z^2 = 64$
 $z = \sqrt{64}$
z = 8 cm

2. Sebuah persegi memiliki panjang sisi 5 cm. Tentukan panjang diagonal persegi tersebut!

Penyelesaian:

Misal panjang diagonal = d



Jawab:
 Sisi miring = d
 $5^2 + 5^2 = d^2$
 $25 + 25 = d^2$
 $50 = d^2$
 $d^2 = 50$
 $d = \sqrt{50}$
d = $5\sqrt{2}$

Keterangan:
 $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

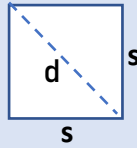
atau
 Sisi miring = d
 $d^2 = 5^2 + 5^2$
 $d^2 = 25 + 25$
 $d^2 = 50$
 $d = \sqrt{50}$
d = $5\sqrt{2}$

Rumus:

Persegi dengan panjang sisi = s

Panjang diagonal persegi = d

Maka: $d^2 = s^2 + s^2$ atau $d^2 = 2.s^2$

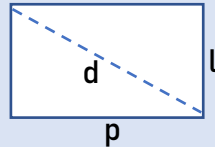


Rumus:

Persegipanjang dengan panjang = p , lebar = l

Panjang diagonal persegipanjang = d

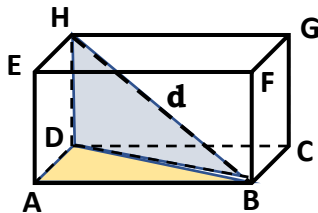
Maka: $d^2 = p^2 + l^2$



3. Sebuah balok ABCD.EFGH memiliki panjang = 24 cm, lebar = 6 cm, tinggi = 8 cm. Tentukan panjang diagonal ruang balok tersebut!

Penyelesaian:

Misal panjang diagonal ruang = $HB = d$, $AB = p$, $AD = l$, $DH = t$



Jawab:

$d =$ sisi miring $\triangle BDH$

$d^2 = BD^2 + DH^2$ \rightarrow BD sisi miring $\triangle ABD$

$d^2 = (AB^2 + AD^2) + DH^2$

$d^2 = p^2 + l^2 + t^2$

$d^2 = 24^2 + 6^2 + 8^2$

$d^2 = 576 + 36 + 64$

$d^2 = 676$

$d = \sqrt{676}$

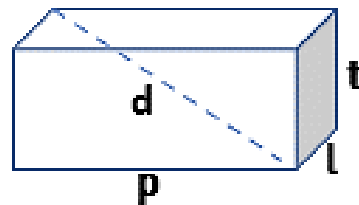
$d = 26$ cm

Rumus:

Balok memiliki panjang = p , lebar = l , tinggi = t

Panjang diagonal ruang balok = d

Maka: $d^2 = p^2 + l^2 + t^2$



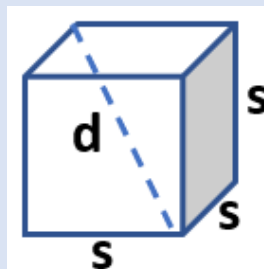
Rumus:

Kubus dengan panjang rusuk = s

Panjang diagonal ruang kubus = d

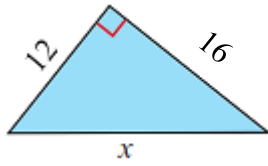
Maka: $d^2 = s^2 + s^2 + s^2$

$d^2 = 3.s^2$

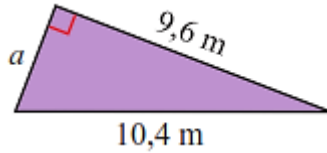


Tes Formatif 1

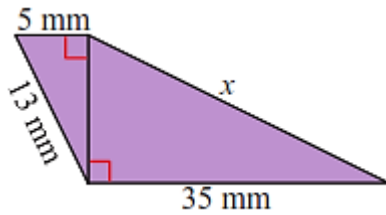
1. Tentukan panjang x



2. Tentukan panjang a



3. Tentukan panjang x



4. Apakah segitiga yang memiliki panjang sisi 9 cm, 12 cm, dan 18 cm merupakan segitiga siku-siku? Jelaskan!
5. Sebuah pesawat Garuda Airlines terbang dari kota A ke arah timur menuju kota B menempuh jarak 475 km, kemudian berbelok ke arah utara menuju kota C menempuh jarak 600 km, kemudian berbelok ke arah timur menuju kota D menempuh jarak 325 km. Berapakah jarak kota A dengan kota D? Jelaskan!

Kegiatan Belajar 2:

Tripel Pythagoras dan Jenis segitiga

a. Tripel Pythagoras

Tripel Pythagoras adalah kelompok 3 bilangan yang memenuhi persamaan rumus Pythagoras.

Contoh:

- 1) Apakah 15, 20, 25 adalah Tripel Pythagoras?

Jawab:

Sisi terpanjang = 25

$$15^2 + 20^2 \dots 25^2$$

$$225 + 400 \dots 625$$

$$625 = 625$$

Jadi 15, 20, 25 adalah Tripel Pythagoras

- 2) Apakah 7, 12, 13 adalah Tripel Pythagoras?

Jawab:

Sisi terpanjang = 13

$$7^2 + 12^2 \dots 13^2$$

$$49 + 144 \dots 169$$

$$193 \neq 169$$

Jadi 7, 12, 13 adalah bukan Tripel Pythagoras

b. Jenis Segitiga

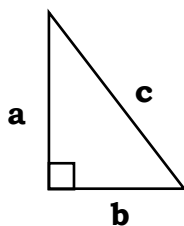
Jenis segitiga jika dilihat dari besar sudutnya:

- \triangle **Siku-siku** : salah satu sudutnya siku-siku (90°)
- \triangle **Lancip** : ketiga sudutnya lancip ($< 90^\circ$)
- \triangle **Tumpul** : salah satu sudutnya tumpul ($> 90^\circ$)

- 1) **Segitiga siku-siku:**

a, b, c adalah sisi segitiga dengan sisi terpanjang c

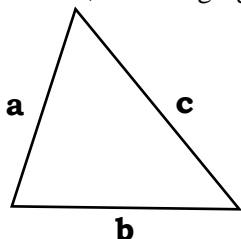
Jika $c^2 = a^2 + b^2$, maka segitiga tersebut siku-siku



- 2) **Segitiga lancip:**

a, b, c adalah sisi segitiga dengan sisi terpanjang c

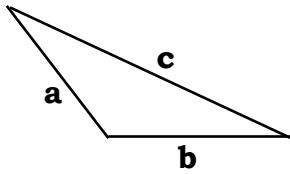
Jika $c^2 < a^2 + b^2$, maka segitiga tersebut lancip



3) **Segitiga tumpul:**

a, b, c adalah sisi segitiga dengan sisi terpanjang c

Jika $c^2 > a^2 + b^2$, maka segitiga tersebut tumpul



Contoh:

Selidikilah apakah sisi-sisi segitiga berikut membentuk segitiga siku-siku, lancip, atau tumpul!

1) 8, 12, 17

Jawab:

Sisi terpanjang = 17

$$17^2 \text{ ..?.. } 8^2 + 12^2$$

$$289 \text{ ..?.. } 64 + 144$$

$$289 > 208$$

Jadi segitiga tumpul

2) 9, 15, 16

Jawab:

Sisi terpanjang = 16

$$16^2 \text{ ..?.. } 9^2 + 15^2$$

$$256 \text{ ..?.. } 81 + 225$$

$$256 < 306$$

Jadi segitiga lancip

3) 10, 24, 26

Jawab:

Sisi terpanjang = 26

$$26^2 \text{ ..?.. } 10^2 + 24^2$$

$$676 \text{ ..?.. } 100 + 576$$

$$676 = 676$$

Jadi segitiga siku-siku

Tes Formatif 2

1. Isilah tabel berikut untuk mencari bilangan Tripel Pythagoras:

p	q	$(p^2 + q^2)$	$(p^2 - q^2)$	$2pq$	Hubungan	Tripel Pythagoras
2	1	$2^2 + 1^2 = 5$	$2^2 - 1^2 = 3$	$2 \times 2 \times 1 = 4$	$5^2 = 3^2 + 4^2$	5, 3, 4
3	1	$3^2 + 1^2 = 10$	$3^2 - 1^2 = 8$	$2 \times 3 \times 1 = 6$	$10^2 = 8^2 + 6^2$	10, 8, 6
3	2	$3^2 + 2^2 = 13$				
4	1					
4	2					
4	3					
5	1					
5	2					
5	3					
5	4					

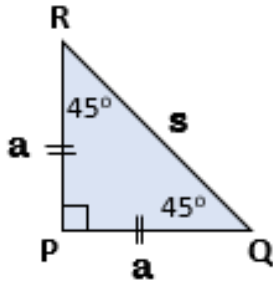
2. Manakah kelompok bilangan berikut yang membentuk segitiga siku-siku, lancip, atau tumpul? Berikan penjelasan!
- a. 13, 9, 11
 - b. 18, 22, 12
 - c. 6; 2,5; 6,5
 - d. 10, 20, 24
 - e. 130, 120, 50
 - f. $2\frac{1}{2}$; 6; $6\frac{1}{2}$

Kegiatan Belajar 3:

Perbandingan Sisi-sisi Segitiga Siku-siku

a. Segitiga siku-siku samakaki (45°, 45°, 90°)

Misal segitiga siku-siku samakaki dengan panjang kakinya = **a**



Panjang sisi miring PQ = **s** = ?

$$s^2 = a^2 + a^2$$

$$s^2 = 2a^2$$

$$s = \sqrt{2a^2}$$

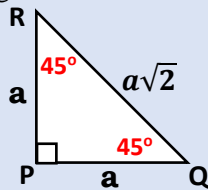
$$s = \sqrt{2} \times \sqrt{a^2}$$

$$s = \sqrt{2} \times a$$

$$s = a\sqrt{2}$$

Rumus:

Segitiga siku-siku sama kaki:

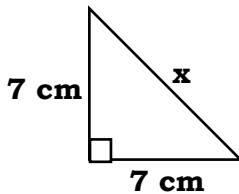


Perbandingannya:

$$PQ : PR : QR = a : a : a\sqrt{2} = 1 : 1 : \sqrt{2}$$

Contoh:

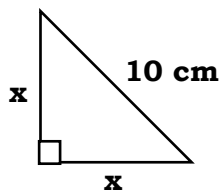
1. Tentukan panjang x!



Cara Perbandingan
x = sisi miring
 perbandingannya: **a : a : a√2**
 $7 : 7 : x = 7 : 7 : 7\sqrt{2}$
 $x = 7\sqrt{2}$

Cara Pythagoras
x = sisi miring
 $x^2 = 7^2 + 7^2$
 $x^2 = 2 \cdot 7^2$
 $x = 7\sqrt{2}$

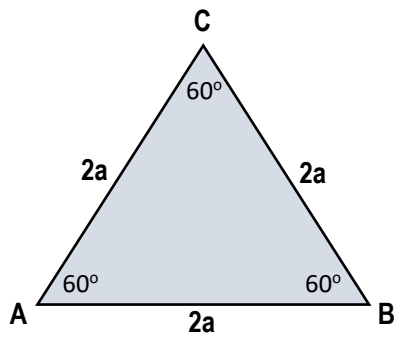
2. Tentukan panjang x!



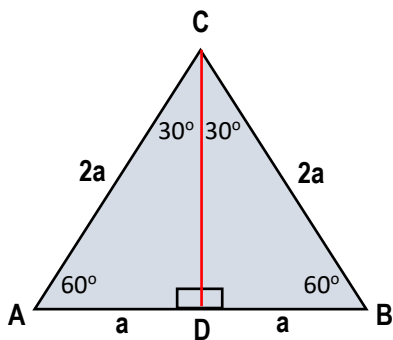
<p>Cara Perbandingan 10 = sisi miring perbandingannya: a : a : a√2 $x : x : 10 = x : x : x\sqrt{2}$ $x\sqrt{2} = 10$ $x = \frac{10}{\sqrt{2}} = \frac{10 \times \sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{10 \times \sqrt{2}}{2} = 5\sqrt{2}$</p>	<p>Cara Pythagoras 10 = sisi miring $x^2 + x^2 = 10^2$ $2x^2 = 100$ $x^2 = 100 : 2$ $x^2 = 50$ $x = \sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2}$ $= \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$</p>
----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

b. Segitiga siku-siku yang memiliki sudut: 30°, 60°, 90°

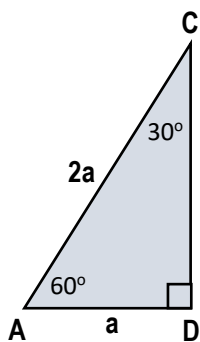
Perhatikan segitiga sama sisi ABC berikut dengan panjang sisi = $2a$



Selanjutnya dibuat garis tinggi CD, seperti gambar berikut:



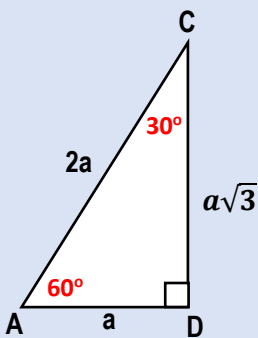
Selanjutnya perhatikan segitiga ACD, seperti gambar berikut:



Panjang sisi CD = ?
 Sisi miring = AC = $2a$
 $CD^2 = AC^2 - AD^2$
 $CD^2 = (2a)^2 - a^2$
 $CD^2 = 4a^2 - a^2$
 $CD^2 = 3a^2$
 $CD = \sqrt{3a^2}$
 $CD = \sqrt{3} \times \sqrt{a^2}$
 $CD = \sqrt{3} \times a$
 $CD = a\sqrt{3}$

Rumus:

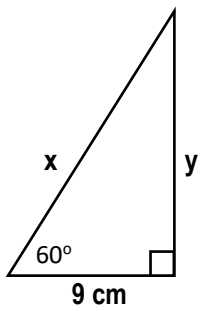
Segitiga siku-siku dengan sudut : 30°, 60°, 90°



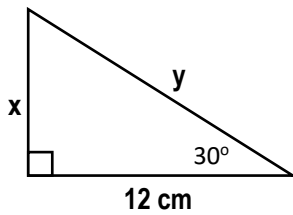
Perbandingannya:
 $AD : DC : AC = a : a\sqrt{3} : 2a := 1 : \sqrt{3} : 2$

Contoh:

1. Tentukan panjang x dan y:

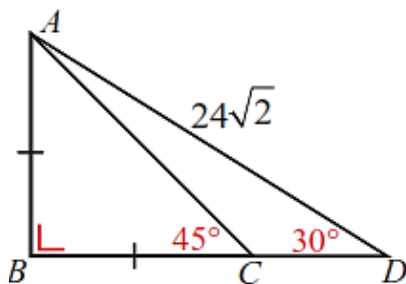


Jawab:
 Sisi miring = x
 Perbandingannya: $a : a\sqrt{3} : 2a$
 $9 : y : x = 9 : 9\sqrt{3} : 2(9)$
 Jadi
 $x = 2(9) = 18 \text{ cm}$
 $y = 9\sqrt{3}$



Jawab:
 Sisi miring = y
 Perbandingannya: $a : a\sqrt{3} : 2a$
 $x : 12 : y = x : x\sqrt{3} : 2x$
 Jadi
 $12 = x\sqrt{3}$
 $x = \frac{12}{\sqrt{3}} = \frac{12 \times \sqrt{3}}{\sqrt{3} \times \sqrt{3}}$
 $= \frac{12 \times \sqrt{3}}{3}$
 $= 4\sqrt{3} \text{ cm}$
 $y = 2x = 2 \times 4\sqrt{3} = 8\sqrt{3} \text{ cm}$

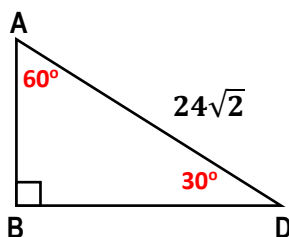
2. Perhatikan gambar berikut:



Tentukan panjang AB, BD, dan AC!

Penyelesaian:

✓ Untuk mencari panjang AB dan BD, perhatikan $\triangle ABD$:

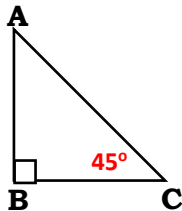


Jawab:
 Sisi miring = $24\sqrt{2}$
 Perbandingannya: $a : a\sqrt{3} : 2a$

$$AB : BD : 24\sqrt{2} = AB : AB\sqrt{3} : 2(AB)$$

Jadi
 $2(AB) = 24\sqrt{2}$
 $AB = \frac{24\sqrt{2}}{2} = 12\sqrt{2}$
 $BD = AB\sqrt{3} = 12\sqrt{2} \times \sqrt{3} = 12\sqrt{6}$

✓ untuk mencari panjang AC, perhatikan $\triangle ABC$:



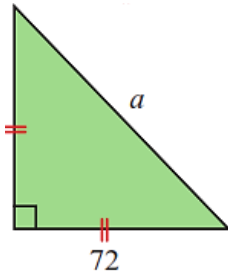
sisi miring = **AC**
 $AB = BC = 12\sqrt{2}$
 perbandingannya: $a : a : a\sqrt{2}$

$$AB : BC : AC = 12\sqrt{2} : 12\sqrt{2} : (12\sqrt{2})\sqrt{2}$$

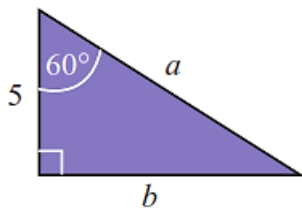
$$AC = (12\sqrt{2})\sqrt{2} = 12 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 12 \times 2 = 24$$

Tes Formatif 3

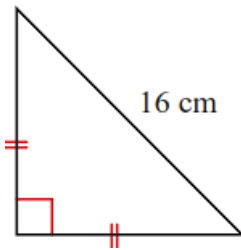
1. Tentukan panjang sisi yang dilambangkan dengan huruf pada setiap gambar berikut:
- a. $a = ?$



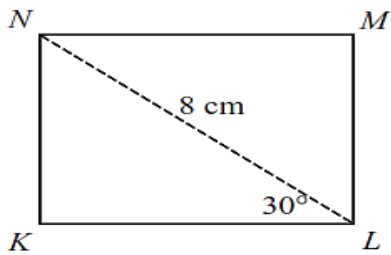
- b. $a = ?$, $b = ?$



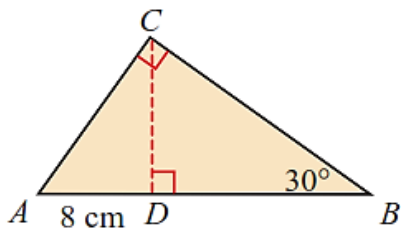
2. Tentukan luas segitiga berikut:



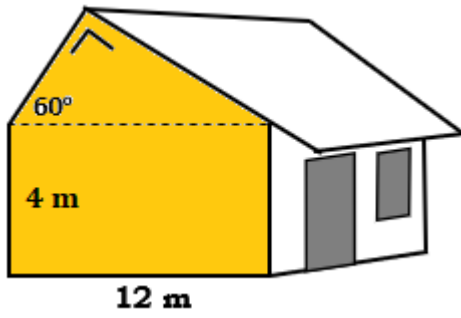
3. Tentukan luas persegi panjang berikut:



4. Tentukan keliling dan luas segitiga ABC berikut:

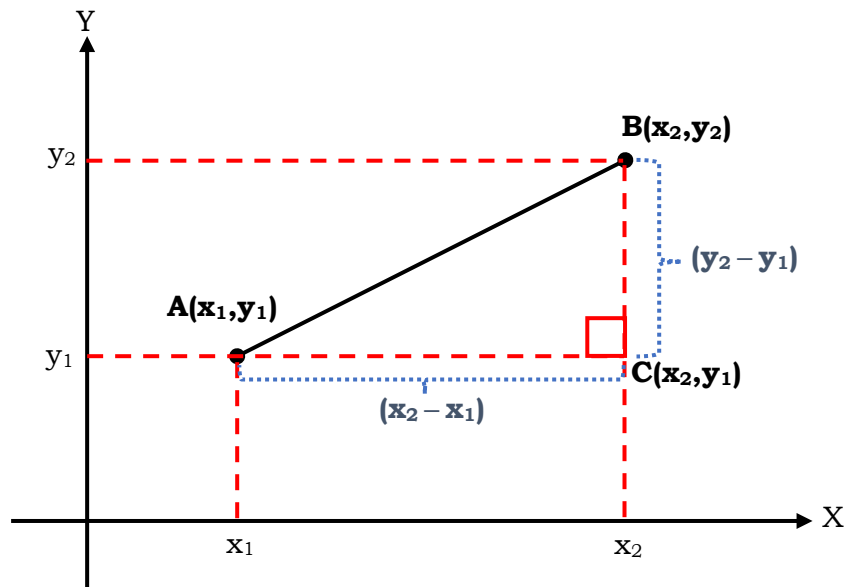


5. Perhatikan gambar rumah berikut:



Tentukan luas tembok samping kiri dari rumah tersebut! ($\sqrt{3} = 1,73$)

MATERI PENGAYAAN
Menghitung jarak 2 titik pada bidang koordinat Cartesius



Pada segitiga ABC, diketahui $A(x_1, y_1)$ dan $B(x_2, y_2)$

Dengan Teorema Pythagoras maka:

$$\overline{AB}^2 = \overline{AC}^2 + \overline{BC}^2$$

$$\overline{AB}^2 = (x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

Contoh 1:

Jika $A(10, 11)$ dan $B(-5, 3)$, tentukan panjang \overline{AB} !

Penyelesaian:

$$A(x_1, y_1) = A(10, 11)$$

$$B(x_2, y_2) = B(-5, 3)$$

Rumus:

$$\overline{AB} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(-5 - 10)^2 + (3 - 11)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{(-15)^2 + (-8)^2}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{225 + 64}$$

$$\overline{AB} = \sqrt{289}$$

$$\overline{AB} = 17 \text{ satuan}$$

Contoh 2:

Jika P(-6, 13) dan Q(9, -7), tentukan panjang \overline{PQ} !

Penyelesaian:

$$P(x_1, y_1) = P(-6, 13)$$

$$Q(x_2, y_2) = Q(9, -7)$$

Rumus:

$$\overline{PQ} = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{(9 - (-6))^2 + (-7 - 13)^2}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{(9 + 6)^2 + (-20)^2}$$

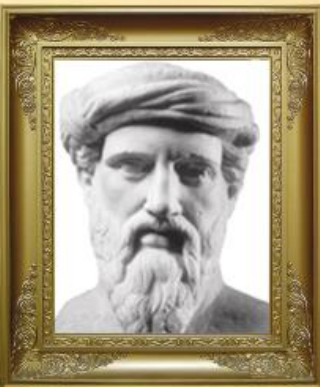
$$\overline{PQ} = \sqrt{(15)^2 + (-20)^2}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{225 + 400}$$

$$\overline{PQ} = \sqrt{625}$$

$$\overline{PQ} = 25 \text{ satuan}$$

LITERASI



Pythagoras (582 SM – 496 SM)

Pythagoras (582 SM – 496 SM) lahir di pulau Samos, di daerah Ionia, Yunani Selatan. Salah satu peninggalan Pythagoras yang paling terkenal hingga saat ini adalah teorema Pythagoras. Teorema Pythagoras menyatakan bahwa kuadrat sisi miring suatu segitiga siku-siku sama dengan jumlah kuadrat dari sisi-sisi yang lain. Yang unik, ternyata rumus ini 1.000 tahun sebelum masa Pythagoras. Orang-orang Yunani sudah mengenal penghitungan “ajaib” ini. Walaupun faktanya isi teorema ini telah banyak diketahui sebelum lahirnya Pythagoras, namun teorema ini dianggap sebagai temuan Pythagoras, karena ia yang pertama membuktikan pengamatan ini secara matematis. Pythagoras menggunakan metode aljabar untuk membuktikan teorema ini.

≈SELAMAT BELAJAR≈

Sumber Materi:

Buku Siswa Matematika SMP/MTS Kelas VIII Semester 2, Kementerian Pendidikan dan Kebudayaan 2017, Edisi Revisi 2017

**Ayo kita cegah COVID-19
dengan mengikuti protokol kesehatan 5M**